

受験番号

番

2019年度 一橋大学大学院経済学研究科
特別選考による外国人の修士課程入学試験問題

経済学

実施日 2019年1月30日(水)

試験時間 10:00～12:00

注意事項

1. 「解答はじめ」の指示があるまでは問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題用紙は1冊(本文18ページ)、解答用紙は2枚、下書き用紙は1枚です。試験開始後、直ちに確認し、ページ数・枚数が異なる場合は手を挙げてください。
3. 試験開始後、すべての解答用紙・下書き用紙と、問題冊子の表紙に受験番号を記入してください。2枚目の解答用紙への記入も忘れないでください。氏名は記入してはいけません。
4. 問題冊子は、(1)ミクロ・マクロ経済学、(2)政治経済学、(3)統計学・計量経済学、(4)経済史の4科目の合冊です。任意の1科目を選択してください。2科目以上に解答した場合は、採点対象としません。
5. 試験開始後、選択した科目名を全ての解答用紙の科目欄に記入してください。所定の位置に科目名の記載がない場合は、採点対象としません。

(例)

選択した科目の番号と科目名を、必ず記入すること

解答用紙

(科目)	大学院(該当を○でかこめ)	受験番号	番
1. ミクロ・マクロ経済学	商研・経研・法研・社研・言社研		

6. 解答用紙には、「第1題の間1」などの問題番号も記入した上で、解答してください。
なお、問題番号は□で囲み、目立つように記載してください。

(例)

第1題の間1

7. 「ミクロ・マクロ経済学」を選択した場合、第1題については全て解答してください。第2題、第3題については、どちらか一方の問題を選んで解答してください。これら二つ(第2題、第3題)の問題の両方に解答した場合には、採点対象としません。また、第1題の解答用紙と、第2題または第3題の解答用紙は、必ず別々の解答用紙を使用してください。
8. 解答用紙は裏面も使用できます。
9. 追加の解答用紙は配付しません。ただし書き損じた場合、解答用紙の交換は認めますので、手を挙げてください。また、下書き用紙はさらに1枚のみ追加配付できます。試験中希望する場合は、手を挙げてください。
10. 2ヶ国語間の対訳辞書のみ、持込を許可します。ただし、用語集や辞典等、および電子辞書タイプの辞書の持込は認めません。
11. 用紙は一切持ち帰ってはいけません。

1. ミクロ・マクロ経済学

解答にあたっての注意

1. 第1題は全員解答すること。第2題・第3題は、いずれか1題を選択すること。第2題・第3題の両方に解答した場合は、採点対象としない。
2. 第1題の解答と、第2題または第3題の解答は、別々の解答用紙に記入すること。第2題・第3題はどちらかの解答を、罫線入り解答用紙に、日本語または英語で記述すること。

Notes

1. There are three sections: 第1題, 第2題, and 第3題. Everyone must answer 第1題. Choose either 第2題, or 第3題. If you answer both 第2題 and 第3題, your answers will not be graded.
2. Use different answer sheets for 第1題 and for 第2題 or 第3題. For 第2題 or 第3題, write your answers on the ruled answer sheets in Japanese or English.

第 1 題

以下の問 1～20 の各問すべてに解答しなさい。問 1 から問 10 はミクロ経済学に関する問題、問 11 から問 20 はマクロ経済学に関する問題である。

Answer all questions from 問 1 to 問 20. Questions from 問 1 to 問 10 are about microeconomics. Questions from 問 11 to 問 20 are about macroeconomics.

問 1 太郎はあるレストランでランチを食べたいと考えている。太郎にとって 1 品目の料理の価値は 800 円分に値する。2 品目は 400 円、3 品目は 200 円、4 品目は 100 円、5 品目は 50 円、6 品目は 25 円、そして 7 品目以上は食べたくない。このレストランのランチ入場券は 700 円で、1 品目食べるごとに 150 円を追加徴収される。ただし、1500 円を払うと食べ放題になるという特別入場券もある。普通入場券と特別入場券の両方が買える場合、太郎はどちらを買うだろうか。正しいものを以下から一つ選びなさい。

- ① 普通入場券を買う。
- ② 特別入場券を買う。
- ③ どちらの券を買っても同じである。
- ④ いずれでもない。

問 2 x 財と y 財の消費に支出する消費者がいる。この消費者の所得は 20 で、 x 財と y 財の消費量が X と Y であるとき、この消費者の効用関数は $u = X^{0.5}Y^{0.5}$ で表される。当初、 x 財の価格は 2、 y 財の価格は 10 であったが、その後 x 財の価格が 10 に上昇した。この時、補償所得はいくらか。正しいものを以下から一つ選びなさい。

- ① $20(5)^{0.5}$
- ② $20(5)^{-0.5}$
- ③ $(20)^{0.5}(5)^{0.5}$
- ④ いずれでもない。

問3 大気汚染を発生させている企業がある。この企業の生産量を X とするとき、企業の費用は $C = X^2$ 、発生させている汚染が社会に与える損害額は $D = 10X$ である。企業の製品価格に $s\%$ の従価税を課すことによって、企業の産出量を社会的に最適な水準にしたい。企業の製品価格が $P = 110$ のとき、税率は何パーセントにすればよいか。正しいものを以下から一つ選びなさい。

- ① $(100/11) \%$
- ② $(10/110) \%$
- ③ 11%
- ④ いずれでもない。

問4 ある町で町立図書館を建設することになった。アンケートを実施したところ、図書館の利用希望者は 1000 人いて、全員が図書館に対して同じ評価関数 $P = 10 - X$ を持っていることが分かった。ここで、 X は図書館の蔵書数、 P は図書館に対する個人の限界的評価を表す。図書館の建設費用が $C = 100X$ であるとするとき、社会的に最も望ましい蔵書数を実現するためには、利用希望者は建設費用を一人当たりいくらずつ払えばよいか。ただし、建設費用は均等に負担するものとする。正しいものを以下から一つ選びなさい。

- ① 0.099
- ② 0.99
- ③ 9.9
- ④ いずれでもない。

問5 ある独占企業が生産する財の需要関数が、 $X = 6 - 5P$ で表される。ここで、 X は財の生産量で、 P は価格を表す。この企業が利潤を最大化したとき、ラーナーの独占度(the Lerner's monopoly index)の値が 5 であるならば、この企業の財の生産量 X はどれだけか。正しいものを以下から一つ選びなさい。

- ① 1
- ② $2/5$
- ③ $4/5$
- ④ いずれでもない。

問6 ある財の市場で、企業 A と企業 B だけが生産を行っている。財の価格を P 、企業 A と企業 B の総費用を C_A と C_B 、企業 A と企業 B の生産量を X_A と X_B とするとき、この財の逆需要関数は $P=380-(X_A+X_B)$ で、両企業で共通の費用関数は $C_A=20X_A+50$ および $C_B=20X_B+50$ で表される。企業 A が生産量を決定する先導者であり、企業 B が追随者であるとして、シュタケルベルク均衡(Stackelberg equilibrium)における財の価格について正しいものを以下から一つ選びなさい。

- ① 110
- ② 180
- ③ 270
- ④ いずれでもない。

問7 ある消費者の過去 3 週間の需要と所得は以下のようであった。

	財 1 の需要	財 2 の需要	財 1 の価格	財 2 の価格	所得
1 週目	10	20	2	1	40
2 週目	14	26	1	1	40
3 週目	10	20	3	3	90

この消費者は毎週財 1 と財 2 を購入し、効用を最大化している。毎週、週の所得をその二つの財に費やしており、貯蓄はしない。この消費者に関する記述について正しいものを以下から一つ選びなさい。

- ① 財 1 の財 2 に対する限界代替率(Marginal rate of substitution)は 1 週目の需要では-2、2 週目と 3 週目の需要ではそれぞれ-1 である。
- ② 1 週目から 2 週目の価格変化による財 1 の需要の代替効果は4である。
- ③ 1 週目から 2 週目の価格変化による財 1 の需要の所得効果は4である。
- ④ 財 1 は劣等財である。

問 8 ある財の市場に 100 人の消費者と 10 社の企業がいる。価格 p 円に対して、各消費者の需要は同一の需要関数

$$d = 10 - \frac{p}{20}$$

で表される。各企業は価格受容者であり、同一の費用関数 $c(y) = y^2$ を持つ。

政府が財のリサイクル費用として、消費者から取引 1 単位あたり 2 円を、生産者から取引 1 単位あたり 8 円を徴収することになった。費用徴収後の均衡では、消費者の払う価格は ΔP^D 円上昇し、企業の受け取る価格は ΔP^S 円低下した。 ΔP^D と ΔP^S について正しいものを以下から一つ選びなさい。

- ① $\Delta P^D = 2, \Delta P^S = 8$
- ② $\Delta P^D = 4, \Delta P^S = 6$
- ③ $\Delta P^D = 5, \Delta P^S = 5$
- ④ $\Delta P^D = 8, \Delta P^S = 2$

問 9 2 人 2 財純粋交換経済を考える。消費者 A の効用関数は $u_A = \min\{2x_A^1, x_A^2\}$ であり、初期保有量は $(\omega_A^1, \omega_A^2) = (5, 6)$ である。消費者 B の効用関数は $u_B = \min\{x_B^1, 2x_B^2\}$ であり、初期保有量は $(\omega_B^1, \omega_B^2) = (3, 4)$ である。財 2 の価格を 1 と基準化し、財 1 の価格を p とする。競争均衡価格 p^* として正しいものを以下から一つ選びなさい。

- ① $p^* = 1/2$
- ② $p^* = 1$
- ③ $p^* = 2$
- ④ $p^* = 3$

問 10 ある競争的な市場で 10 円の従量税の導入を考える。過去の計量経済分析から、市場需要関数の価格弾力性が 6、市場供給関数の価格弾力性が 4 であるとわかっている。従量税が消費者の支払う価格にもたらす影響の予測値として正しいものを次の選択肢から一つ選びなさい。

- ① 10 円上昇する。
- ② 8 円上昇する。
- ③ 6 円上昇する。
- ④ 4 円上昇する。

問 11 国民経済計算（SNA）における、我が国の 2016 年の国内総生産額と要素所得は下表のとおりである。①～④のうち、記述が正しいものを一つ選びなさい。

経済活動別の国内総生産・要素所得（兆円）

項目 活動	産出額	中間投入	付加価値	(付加価値の構成項目)			
				固定資本減耗	生産・輸入品に課される税―補助金	雇用者報酬	営業余剰・混合所得
第 1 次産業	13	7	6	2	0	2	2
第 2 次産業	376	233	143	33	16	72	21
第 3 次産業	610	225	385	85	24	194	82
小計	1000	465	534	120	40	269	105

（注）四捨五入により、小計は必ずしも一致しない。

- ① 農業等の第 1 次産業は、活動規模が小さく、付加価値率は最も低い。
- ② 自動車等、輸出の多い第 2 次産業の付加価値率が最も高い。
- ③ 各種サービス等を含む第 3 次産業は、活動規模が最も大きいものの、労働分配率は低い。
- ④ 3 産業のうち、最も保護されているのは第 1 次産業である。

問 12 次のうち、失業率の動きに関する記述として、①～④のうち、正しいものを一つ選びなさい。

- ① 失業率が高まる場合、消費者物価上昇率も同時に高まるが、これらの関係を表したものをフィリップス曲線(Phillips curve)という。
- ② 失業率には、循環的な動きをする部分と固定的な部分があるが、摩擦的失業といわれる失業は循環的な動きに含まれる。
- ③ 年齢階層別の失業率を比較すると、主要先進国では一般的に、若年層の失業率は低い傾向にある。
- ④ 失業率は、景気循環に対して遅行する場合が多い。

問 13 次のモデルで描かれる経済を想定する。

$$Y = C + I + G$$

$$C = 200 + 0.8Y$$

$$I = 140 - 6r$$

$$M/P = 2000$$

$$L = 400 + 0.5Y - 20r$$

$$L = M/P$$

ただし、Y は所得、C は消費、I は投資、G は政府支出、M は名目貨幣供給量、P は物価水準、L は実質貨幣需要量、r は利子率を表す。この際、政府支出 (G) を 384 から 424 へと 40 単位増加させたが、金利 (r) は変わらないように貨幣供給量 (M/P) も増やした。①～④のうち、増加幅として正しいものを一つ選びなさい。

- ① 100
- ② 200
- ③ 300
- ④ 400

問 14 次のモデルで描かれる経済を想定する。

$$Y = C + I + G + B$$

$$C = C_0 + 0.8Y$$

$$I = I_0 - 200r$$

$$B = B_0 - 0.2Y$$

$$L = 1.2Y - 500r$$

$$L = M/P$$

ただし、Y は所得、C は消費、I は投資、G は政府支出、B は純輸出、M は名目貨幣供給量、P は物価水準、L は実質貨幣需要量、r は利子率、 C_0, I_0, B_0 は定数である。今、純輸出 B が黒字で 5 である。この黒字を解消するために必要な金融緩和の大きさ (M/P の増加幅) はいくらか。①～④のうち、正しいものを一つ選びなさい。

- ① 15
- ② 35
- ③ 55
- ④ 75

問 15 政府は様々な資産を保有しているが、それらを除外して単純化すると、経常的な財政収支とその収支の累積である債務残高の間には、以下のような定義関係がある。

$$D_t = i_t \times (D_{t-1}) - PB_t + D_{t-1}$$

ただし、 D は債務残高、 PB は基礎的財政収支、 i は名目実効粗借入金利、添字の t は時間である。この式を踏まえ、名目実効粗借入金利と名目 GDP 成長率が与えられた時に債務残高 GDP 比率が発散しないために必要となる基礎的財政収支 GDP 比率を計算したものが下表である(プラスは黒字、マイナスは赤字)。①～④のうち、このような結果を導く債務残高 GDP 比率として正しいものを一つ選びなさい。

借入金利 名目成長率	2 %	3 %	4 %
1 %	+ 2 %	+ 4 %	+ 6 %
2 %	± 0 %	+ 2 %	+ 4 %
3 %	− 2 %	± 0 %	+ 2 %

- ① 100%
- ② 150%
- ③ 200%
- ④ 250%

問 16 ジパング国のマクロの生産活動が、以下のようなコブ＝ダグラス型(Cobb-Douglass)の総生産関数によって表されるものとする。

$$Y = AK^{1/4}L^{3/4}$$

ただし、 K は経済全体の資本ストック、 L は労働、 Y は財の産出量、 A は生産性を表している。ジパングの経済では、長期的には完全競争が成立している。短期的には、失業率の変動はほとんどないものの、実質賃金は粘着的 (sticky) であり、 Y の変動と比較した労働時間 (L) の変動は限定的だ (L の変化率の方がずっと小さい) とする。ジパングの労働分配率に関する記述で、最も正しいと思われるものを以下から一つ選びなさい。

- ① 長期的な労働分配率は 25%だが、短期的には景気と同方向に循環的 (cyclical) に動く。
- ② 長期的な労働分配率は 25%だが、短期的には景気と逆方向に反循環的 (countercyclical) に動く。
- ③ 長期的な労働分配率は 75%だが、短期的には循環的に動く。
- ④ 長期的な労働分配率は 75%だが、短期的には反循環的に動く。

問 17 三期間の経済 ($t=0,1,2$) において、企業が投資プロジェクトの収益性のみに基づいて設備投資を行っているものとする。二つのプロジェクト A と B が存在し、どちらも $t=0$ における初期費用は X_0 で同じである。 $t=1$ と $t=2$ におけるプロジェクトの収入を、それぞれ Y_1 と Y_2 で表すものとし、プロジェクト A は $Y_1 = 25$ と $Y_2 = 25$ 、プロジェクト B は $Y_1 = 10$ と $Y_2 = 40$ である。また $t=0$ から $t=1$ にかけての金利が 10%、 $t=1$ から $t=2$ にかけての金利が 15% であるものとする。このとき $t=0$ の時点で、プロジェクト A は採用されるが、プロジェクト B は採用されないような X_0 の水準を以下から一つ選びなさい。

- ① 38
- ② 41
- ③ 44
- ④ 47

問 18 一人当たり所得は時間を通じて一定で、人口だけが外生的な要因で変動する二期間の重複世代モデルで、年金制度が各世代の厚生に与える影響について考える。働いてお金を稼いでいる期間 (= 現役世代) と、退職後の期間 (= 老年世代) の長さは同じものとし、現役世代の年金保険料によって、同じ期の老年世代への年金支給を賄う制度を「賦課方式」と呼ぶ。これに対し、現役世代の時に払い込んだ金を積み立て、老後にそのお金を受け取る制度を「積立方式」と呼ぶ。また法律によって、ある世代が老年になって受け取る年金の額は、現役である時に決められた額を下回ることとはできないものと仮定する。年金制度が経済に与える影響に関する以下の記述のうち、明らかに誤っているものを一つ選びなさい。

- ① それまで年金制度が存在していなかった経済において賦課方式の年金を導入すると、導入時における老年世代の効用は増大する。
- ② 少子高齢化が進行している状況では、賦課方式の方が現役世代の負担が大きくなる。
- ③ 積立方式の年金制度を採用している国の現役世代の貯蓄率は、賦課方式の国よりも低くなる。
- ④ 賦課方式を積立方式に移行しようとする、移行時における現役世代の負担が極端に大きくなるので、民主主義経済ではそのような移行は政治的に非常に困難である。

問 19 今期と来期の消費 ($t = 1, 2$) から得られる期待効用を最大化するように行動している投資家 (=家計) の最適化問題を考える。この家計の各期の消費 (C_t) から得られる効用は対数効用関数によって表され、家計は 2 期目の効用を主観的割引ファクター δ で割引いて評価している。

第 1 期から第 2 期にかけての粗資産収益率を R 、消費の粗成長率を $CG = C_2/C_1$ で表すものとし、また確率割引ファクター(stochastic discount factor)を m で表すものとする。この時、家計の異時点間の最適化問題から導かれるオイラー方程式(Euler equation)は、以下のような式で与えられる。

$$1 = E_1[mR]$$

以下から、確率割引ファクター m を表す式として正しいものを一つ選びなさい。

- ① $m = CG$
- ② $m = \delta CG$
- ③ $m = CG/\delta$
- ④ $m = \delta/CG$

問 20 引き続き、問 19 と同じ投資家の最適化問題について考え、安全資産の粗収益率を R_f で表すものとする。 R_f に関して正しい記述を以下から一つ選びなさい。

- ① R_f は m の分散に比例する。
- ② R_f は m の期待値に反比例する。
- ③ 確率割引ファクター m とマーケット・ポートフォリオ(market portfolio)の相関が高いと、 R_f は高くなる。
- ④ 主観的割引ファクター δ が大きくなると、 R_f は上昇する。

第2題

第2題と第3題から一問のみ選択すること。この問題（第2題）を解いた場合は第3題に解答してはいけない。

Choose either 第2題 or 第3題. If you choose 第2題, do not answer 第3題.

1. ある財に価格の上限規制 (price ceiling) がかけられたとする。さらに、この財の購入に必要な配給券 (ration ticket) はすべて、支払意志額 (willingness to pay) が上限価格を下回る消費者たちに配られた。この配給券が転売不可能であるとき、誰もこの財を購入しないことを意味するか、わかりやすく説明せよ。また、この配給券が転売可能であるときにはどうなるか。

2. アダム・スミス(Adam Smith)は『国富論』(*The Wealth of Nations*)の中で、「水ほど有用なものはないのに、我々が水に支払う金額はごくわずかである。ダイヤモンドの利用価値はあまりないのに実に高価である。これはなぜか」というパラドックスを提示した。このパラドックスを図を描いてわかりやすく説明せよ。

3. 「すでに作成された音楽は、すべて無料でダウンロードできるようにする方が世の中の役に立つ」この命題は正しいか、それとも間違っているか、さらにその理由をわかりやすく説明せよ。

4. 労働所得に課税する場合と労働者の稼得能力に課税する場合とで、それぞれ労働供給はどうなるかを比較して説明せよ。

5. ある消費者の2つの消費財の限界代替率(marginal rate of substitution)を測るには、どのような実験を行えばよいか説明せよ。つぎに、各財の限界効用を測るには、どのような実験を行えばよいか。もし、そのような実験がなければ、その理由をわかりやすく説明せよ。

第3題

第2題と第3題から一問のみ選択すること。この問題（第3題）を解いた場合は第2題に解答してはいけない。

Choose either 第2題 or 第3題. If you choose 第3題, do not answer 第2題.

以下のようなマクロ経済モデルを考える。生産関数は以下の式で与えられる。

$$Y_t = K_t^\alpha.$$

Y_t は t 期の生産量を、 K_t は t 期の資本ストックを表す。 α は $0 < \alpha < 1$ を満たす。経済の資源制約は以下の式で与えられる。

$$Y_t = C_t + I_t.$$

C_t は t 期の消費量を、 I_t は t 期の投資量を表す。 $t+1$ 期の資本ストックは以下の式で与えられる。

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t.$$

δ は $0 < \delta < 1$ を満たす。以下の問に答えよ。

問1.

K_t^α と K_t は、ともに K_t の関数である。この2つの関数を、横軸に K_t を取った一つの図の中に2本のグラフとして書け。

問2.

t 期の資本ストック K_t と $t+1$ 期の資本ストック K_{t+1} が等しくなるための条件が

$$C_t = K_t^\alpha - \delta K_t$$

で与えられることを証明せよ。

問3.

K_t^α と δK_t と $(K_t^\alpha - \delta K_t)$ はすべて K_t の関数である。この3つの関数を、横軸に K_t を取った一つの図の中に3本のグラフとして書け。

問4.

$(K_t^\alpha - \delta K_t)$ を最も大きくする K_t の値を K^{max} で表す。 K^{max} を、 δ と α の関数として表せ。

<<<重要な注意>>>

問 5 から問 9 において、消費量 C_t は常に生産量 Y_t の一定割合であり、

$$C_t = (1 - s)Y_t = (1 - s)K_t^\alpha$$

が常に成立し、 s は $0 < s < 1$ を満たすと仮定せよ。

問 5.

問 2 で与えられた式の右辺 $K_t^\alpha - \delta K_t$ と、上の注意で与えられた式の右辺 $(1 - s)K_t^\alpha$ を同じ値にする K_t のうち、厳密に正のものを K^* で表す。 K^* を δ と α と s の関数として表せ。

問 6.

3 つの関数、 K_t^α と $(K_t^\alpha - \delta K_t)$ と $(1 - s)K_t^\alpha$ を、横軸に K_t を取った一つの図の中に 3 本のグラフとして書け。

問 7.

0 期の資本ストック K_0 が K^* よりも厳密に小さいとする。この場合、1 期の資本ストック K_1 は K_0 と比べて大きくなるか、小さくなるか、変わらないか、答えよ。また、その理由も述べよ。

問 8.

0 期の資本ストック K_0 が K^* よりも厳密に大きいとする。この場合、1 期の資本ストック K_1 は K_0 と比べて大きくなるか、小さくなるか、変わらないか、答えよ。また、その理由も述べよ。

問 9.

t 期の資本ストックである K_t が $K_t = K^*$ であるとき、 t 期の消費量 C_t は $C_t = (1 - s)(K^*)^\alpha$ で与えられる。この式の右辺、つまり $(1 - s)(K^*)^\alpha$ を最大化する s は何か答えよ。

2. 政治経済学

次の問1から問4のうち、2問を選択して解答しなさい。
(解答の冒頭に、選択した問題の番号を明記すること。)

問1

社会的分業と商品生産の関係 (the relationship between the social division of labor and the commodity production) について、実際の社会における例を挙げながら、論じなさい。

問2

「価値の生産価格への転形 (the transformation of values into prices of production)」について論じなさい。

問3

エネルギー転換 (Energy Transition) について、その定義と現代的意義を論じなさい。

問4

いわゆる「ポピュリズム」(大衆迎合主義 populism) の台頭が、経済活動のグローバル化に及ぼす影響を論じなさい。特定の国や地域に議論を限定しても構いません。

3 統計学・計量経済学

第 1 題 以下の用語説明問題 6 問の中から 4 問選択し答えよ。4 問を超えて答えた場合には、すべての解答を無効とする場合がある。

1. ダービン・ワトソン (Durbin・Watson) 検定について説明せよ。
2. チェビシエフ (Chebyshev) の不等式について、標本版と確率分布版の両方について説明せよ。
3. 確率変数列 $\{X_n\}$ が確率変数 X に分布収束（法則収束）あるいは確率収束するとき、連続写像定理について説明せよ。
4. パネルデータ分析における、固定効果モデルと変量効果モデルの違いについて説明せよ。
5. 内生変数と外生変数について説明せよ。
6. 金融市場の完備性について説明せよ。

第 2 題 以下の 3 問の中から 1 問だけ選択し答えよ。2 問以上答えた場合には、すべての解答を無効とする場合がある。

1. 以下の統計学関係の問題 (a), (b) のすべてに答えよ。いずれの問題においても特に断りのない限り導出過程は省略しないこと。

- (a) 非負の整数値をとる確率変数 X は、パラメータ λ のポアソン分布に従い、そのパラメータ λ は、事前分布としてパラメータ $1/\theta$ の指数分布を持つとする（平均が θ である）。 θ は定数である。ここでガンマ関数 $\Gamma(n)$ は $\int_0^\infty t^{n-1} \exp(-t) dt$ で定義され、 n が非負の整数のときは、 $\Gamma(n+1) = n!$ となる（ただし $0! = 1$ とする）。以下 n は非負の整数とする。
- (i) $X = n$ の確率を求めよ。この確率は、 λ についての条件付きではないものとする。
 - (ii) $X = n$ のときの、 λ の事後分布の期待値を求めよ。
- (b) 確率密度関数 $f(x|\eta) = \exp\{x\eta - b(\eta) + c(x)\}$ を考える。パラメータは η で、 $b(\eta)$ と $c(x)$ は既知の関数である。 $b(\eta)$ は何度でも微分できるとする。また正則条件は適宜仮定してよい。
- (i) 確率変数 X がこの密度関数を持つとき、その平均と分散を $b(\eta)$ に関連する関数で表せ。

- (ii) $X_1, \dots, X_n$ は互いに独立で、それぞれは確率密度関数 $f(x|\eta)$ を持つとする． η の一次元の十分統計量を与え、その理由も簡潔に述べよ．
- (iii) (ii)と同様に、 $X_1, \dots, X_n$ は互いに独立で、それぞれは確率密度関数 $f(x|\eta)$ を持つとする．このとき η の最尤推定量を、 $b(\eta)$ に関連する関数などを用いて具体的な形で求めよ．

2. 以下の計量経済学関係の問題 (a), (b) のすべてに答えよ．

(a) 以下の分布ラグモデルの推定を考える．

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \beta_3 Y_{i-1} + u_i. \quad (1)$$

ただし、 $i = 1, 2, \dots, n$ は時間を表すものとする．

- (i) X_i から Y_i への短期の弾力性および動学乗数（短期乗数）を求めよ．
- (ii) モデル (1) において、 X_i から Y_i への長期の動学乗数（長期乗数）を求めよ．

(b) 以下の単回帰モデルを考える．

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i. \quad (2)$$

ただし、 $i = 1, 2, \dots, n$ で X_i は非確率変数であり、 $E[u_i] = 0$ 、 $E[u_i^2] = \sigma_i^2$ 、 $E[u_i u_j] = 0$ ($i \neq j$) とする．

- (i) β の最小 2 乗推定量 $\hat{\beta}$ の期待値と分散を求めて、ガウス・マルコフの定理が成り立つかどうかについて議論せよ．
- (ii) モデル (2) において、誤差項 u_i の分散構造が $\sigma_i^2 = cZ_i$ となっているとする ($c > 0$ は未知、 Z_i は観測可能な正の非確率変数)．このとき、(2) の β を効率的に推定する方法を説明せよ．

3. 以下のファイナンス関係の問題 (a), (b), (c), (d) のすべてに答えよ．

安全証券と 1 種類の危険証券が取引されている連続時間市場モデルを考える．安全証券の連続複利利率は r で一定とする．また、危険証券のボラティリティも一定 (定数 $\sigma > 0$) であるとする、リスク中立確率の下での危険証券の価格過程が

$$dS(t) = rS(t)dt + \sigma S(t)dz^*(t)$$

で与えられる (いわゆるブラック・ショールズ市場モデル)．ただし、 $z^* = \{z^*(t)\}_{t \geq 0}$ はリスク中立確率測度における標準ブラウン運動 (ウィーナー過程) である．また、配当はないものと仮定する．

なお問題文において、標準正規分布について以下の表記を用いる．

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \quad \Phi(x) = \int_{-\infty}^x \phi(y)dy$$

- (a) 伊藤の公式 (補題) をもちいて, 時点 T における危険証券価格が

$$S(T) = S(0) \exp \left\{ \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) T + \sigma z^*(T) \right\}$$

となることを示せ.

- (b) 危険証券のリスク中立確率での割引期待値が時点 0 価格に等しい, 即ち

$$E^* \left[\frac{S(T)}{e^{rT}} \right] = S(0)$$

を満たすことを示せ. ただし, $E^*[\cdot]$ はリスク中立確率測度を用いた期待値である.

- (c) 満期 T , 行使価格 K のヨーロッパ型コールオプションについて, リスク中立確率の下での利得の割引期待値を求めることで, ブラック・ショールズ公式

$$C = S(0)\Phi(d_+) - Ke^{-rT}\Phi(d_-)$$

を導出せよ. ただし,

$$d_{\pm} = \frac{\log \left(\frac{S(0)}{K} \right) + \left(r \pm \frac{\sigma^2}{2} \right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

である (複号同順, すなわち $\pm$ は, 左辺が $+$ なら右辺も $+$, 左辺が $-$ なら右辺も $-$).

- (d) 上の (c) で求めた価格式 C がボラティリティ σ に関する増加関数であることを示せ.

4. 経済史

下記の問題 1、2、3 から任意の 2 題を選択して、それぞれ別紙に解答しなさい（解答文は日本語、英語のいずれでもよい）。

なお、解答文の冒頭に問題番号（1、2、3）を明記すること。

第 1 題

クズネッツの近代経済成長およびロストウの近代経済成長の諸段階の考え方の特徴をドイツ歴史学派やマルクスの経済発展段階論との違いを明確にしながら説明しなさい。

第 2 題

生産物の市場経済化と生産要素の市場経済化がいかなる影響を社会に与えるのかについて概念的に説明しなさい。つぎに、生産要素をひとつ選び、その市場経済化について、歴史的事例をあげて、説明しなさい。

第 3 題

高度経済成長を経験した国ないし地域を 1 つ取り上げ、(a) その歴史的経緯を概説し、(b) 高度経済成長の要因と考えられる理由を少なくとも 2 つ挙げて、なぜそれらの要因が高度経済成長に寄与するのか、メカニズムを解説しなさい。