受験番号	番

２０２１年度　一橋大学大学院経済学研究科修士課程入学試験問題
（研究者養成コース・専修コース）

経済学

実 施 日　2020年8月27日(木)
試験時間　10:00～12:00

注意事項

1.「解答はじめ」の指示があるまでは問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題用紙は1冊（**本文 21 ページ**）、解答用紙は以下の2種類、下書き用紙は1枚です。
　①罫線入り解答用紙(両面刷り)1枚: 全受験者が使用
　②マークシート式解答用紙1枚:「ミクロ・マクロ経済学」受験者のみ使用
　試験開始後、直ちに確認し、ページ数・枚数が異なる場合は、手を挙げてください。
　下書き用紙はさらに1枚のみ追加配付できます。試験中、希望する場合は、手を挙げてください。
　追加の解答用紙は配付しません。ただし書き損じた場合、解答用紙の交換は認めますので、手を挙げてください。
3. **試験開始後、解答用紙・下書き用紙と、問題冊子の表紙に受験番号を記入してください。氏名を記入してはいけません。**
　ミクロ・マクロ経済学を選択した場合は、マークシート式解答用紙にも受験番号を記入し、同時に、マーク欄に受験番号をマークしてください。
4. 問題冊子は、ミクロ・マクロ経済学、政治経済学、統計学・計量経済学、経済史の4科目の合冊です。
　任意の１科目を選択してください。２科目以上に解答した場合は得点を与えません。
5. **試験開始後、選択した科目名等を罫線入り解答用紙の「選択科目」欄から選び、○で囲んでください。記載がない場合は得点を与えません。**
　（例）

解答用紙　　選択した科目等を必ず○で囲むこと

（選択科目）選んだ科目ひとつを○で囲みなさい					受験番号	番
ミクロ・マクロ経済学(第2題)	ミクロ・マクロ経済学(第3題)	政治経済学	統計学・計量経済学	経済史		

6. **解答用紙には、「第２題の問１」などの問題番号も記入した上で、解答してください。**
　なお、問題番号は□で囲み、目立つように記載してください。

　（例）$\boxed{\textbf{第２題の問１}}$

7. **ミクロ・マクロ経済学を選択した場合の第１題は、マークシート式解答用紙に解答してください。第２題、第３題については、どちらか一方の問題のみ、罫線入り解答用紙に解答してください。これら（第２題、第３題）両方ともに解答した場合には、得点を与えません。その他の科目（政治経済学、統計学・計量経済学、経済史）は、罫線入り解答用紙に解答してください。**
8. 辞書その他の持ち込みは認めません。
9. 問題冊子、解答用紙、下書き用紙は一切持ち帰ってはいけません。

１． ミクロ・マクロ経済学

解答にあたっての注意

１． 第１題は全員解答すること。第２題・第３題は、いずれか１題を選択すること。第２題・第３題の両方に解答した場合は、採点対象としない。

２． 第１題（問１～問 20）は、マークシート解答用紙のいずれかの解答番号をマークし、第２題・第３題はどちらかの解答を、罫線入り解答用紙に記述すること。なお、解答の選択肢は問 1～問 5 については４つ、問 6～問 10 については５つ、問 11～問 20 については４つである。

第１題

以下の問１～問２０ までのすべてに解答しなさい。問１から問１０はミクロ経済学、問１１から問２０はマクロ経済学に関する問題である。

問１　ある消費者は財xと財yを消費することで効用$\mathrm{u}(x,y)$を得ている。限界効用は$MU_x = 2xy^2$、$MU_y = 5x^2\mathrm{y}$で与えられている。財xの財yに対する限界代替率を求めよ。

① $10x^3y^3$

② ${}^{5x}/_{2y}$

③ ${}^{2y}/_{5x}$

④ ${}^{5x^2\mathrm{y}}/_{2}$

問２　完全競争市場において、ある財の需要量をQ^d、供給量をQ^S、価格をP、所得をIとした場合、この財市場の需要曲線は$Q^d = 200 - 4P + 2I$、供給曲線は$Q^S = 6P$で表されるものとする。所得が$I = 40$から$I = 80$に増えたとする。この所得の増加により、市場均衡において実現する消費者余剰はいくら増えたか求めよ。

① 144

② 624

③ 1536

④ 2304

問３　ある企業の生産関数を$\mathrm{Q} = 15\mathrm{KL}$とする。Qは生産量、$K$は資本投入量、$L$は労働投入量を示す。資本の単位費用を$r$、労働の単位費用を$w$とする。この企業の長期の費用関数として正しいものをひとつ選びなさい。

① $2\sqrt{{}^{wQ}/_{15r}}$

② $2\sqrt{{}^{Q}/_{15rw}}$

③ $2\sqrt{rwQ/_{15}}$

④ $2\sqrt{15Q/_{rw}}$

問４　完全競争市場において、ある財の需要量をQ^d、価格をPとした場合、この財市場の需要曲線は$Q^d = a - bP$　で表わされ（a、bは定数）、この財の需要の価格弾力性は-2であるとする。この財の価格は 1 で、財の消費量は 500 であったとする。この場合、この財市場の需要関数として正しいものをひとつ選びなさい。

① $Q^d = 1000 - 2P$

② $Q^d = 1500 - 2P$

③ $Q^d = 1500 - 1000P$

④ $Q^d = 1000 - 1500P$

問５　完全競争市場において、ある財を生産する企業の総費用関数が$TC = 50 + 20Q + Q^2$で表されるとする（TCが総費用、Qが生産量）。財の価格が 40 で与えられているとき、この企業が獲得できる最大の利潤を求めよ。

① 200

② 100

③ 50

④ 0

問６　A さんは工場を持っており 5 億円の価値がある。ただ工場は洪水の影響を受けることがあり、その時には工場の価値は 0 円になる。Wを A さんの資産とし、かつ A さんの効用関数を $u(W) = \ln(W)$とする。A さんは洪水の被害をうける確率は 10%だと思っているとする。ここで洪水の被害に対する保険を A さんが購入するケースを考える。この保険では、cX円の保険料を前もって支払っておくと洪水被害を受けた際にX円の保険金がもらえるものとする。なおX円の金額は選択可能である。どのような保険料率 cのもとで、A さんは洪水被害にかかわらず資産が一定となるような保険を購入するか、次の選択肢のなかから正しいものを選びなさい。

① 0.9

② 0.1

③ 1/11

④ 11/90

⑤ ①から④のいずれでもない

問７　Aさんは感染症対策のために１日n回手を洗っている。１回１回の手洗いからAさんが受ける限界便益は以下で与えられている。例えば、手を洗うことで感染に対する不安が軽減されることや実際に感染リスクが軽減されることなどが、手洗いの限界便益と考えられる。

$$MB^A(n) = \alpha - \beta n$$

ここで手洗い１回あたりの機会費用はpで一定であるとする。Aさんと同居しているBさんは、Aさんの手洗いの回数を正確に確認しており、その回数に依存して便益を受ける。すなわち、Bさんの限界便益は、

$$MB^B(n) = \gamma - \delta n$$

である。

なお、αからδはすべて非負であり、$p < \alpha$を仮定する。ここでパレート最適な手洗い回数をもたらすAさんへの補助水準（s）を以下の中から選びなさい。なお、Aさんへの補助は手洗い一回一回に対して定額で行われると仮定する。

① $s = [\gamma\beta - \delta(\alpha - p)]/(\delta + \beta)$

② $s = \gamma\beta/(\delta + \beta + \alpha - p)$

③ $s = (\delta + \beta)/[\gamma\beta - \delta(\alpha - p)]$

④ $s = (\gamma\beta + \alpha - p)/(\delta + \beta + \alpha - p)$

⑤ ①から④いずれでもない

問８　完全競争市場において、ある財の需要曲線がPを価格として$Q^d = 25000 - 1000P$で与えられている。また、企業の費用関数は個々の企業の生産量をqとして$TC(q) = 40q - q^2 + 0.01q^3$で与えられている。長期均衡における企業数として正しいものを以下から選びなさい。

① 50

② 100

③ 200

④ 250

⑤ ①から④のいずれでもない

問９　ある競争的な市場において、財の需要曲線と供給曲線がその価格をPとして以下のように与えられています。

供給曲線：$Q^s = 5P$
需要曲線：$Q^d = 1200 - 7P$

この財に１個当たりt円の税が導入された時の、死荷重／デッドウェイトロス（以下DWL）と生産者と消費者への税の帰着について、正しいものを次の選択肢からひとつ選びなさい。

① DWL は$35/24t^2$であり、税は消費者に多く転嫁される

② DWL は$35/24t^2$であり、税は生産者に多く転嫁される

③ DWL は$49/25t^2$であり、税は消費者に多く転嫁される

④ DWL は$49/25t^2$であり、税は生産者に多く転嫁される

⑤ ①から④のいずれでもない

問１０　テック企業に勤める技術者の労働市場は、数社の企業（Apple や Google）が多くの雇用を創出している点で需要独占的であると言われている。労働者の質を一定とした場合の古典的な労働市場の需要独占モデルについて、正しい解答を選びなさい。

① 完全競争市場における賃金よりも高い賃金を労働者は受け取る

② 完全競争市場における雇用量よりも多くの雇用が生まれる

③ 需要独占の労働市場では最低賃金を引き上げると必ず雇用量が低下する

④ 需要独占の労働市場では労働者は労働の限界生産力より低い賃金を受け取る

⑤ ①〜⑤のどれもあてはまらない

問１１　あなたは、ある国の国内総生産（GDP）を支出側から測るアプローチで計算する担当者だとする。各経済主体の支出に関するデータはすべて問題なく観測できると仮定し、2020 年 4-6 月期の GDP の計算はほぼ完了しているとしよう。さて、ここで最後のデータとして、政府が 2020 年 4-6 月期に家計に対して総額 100,000 の現金給付を行ったという情報が新たに手に入った。このデータに基づいてあなたが GDP の内訳項目に対して行うべき計算操作として正しいものを、以下の①〜④からひとつ選びなさい。

① 民間の消費又は投資を増加させる

② 政府の消費又は投資を増加させる

③ 海外への輸出又は海外からの輸入を増加させる

④ ①から③のいずれでもない

問１２　ある国のマクロ経済が以下の IS-LM モデルで記述されるものとする。

$$Y = C + I + G$$

$$C = 40 + 0.6Y$$

$$I = 120 - 40r$$

$$\frac{M}{P} = 150 + 0.5Y - 50r$$

ただし、Yは GDP、Cは民間消費、Iは民間投資、Gは政府支出、rは利子率、Mは名目貨幣供給量、Pは物価水準とする。いま、物価水準を 2、政府支出を 0 で固定した上で、名目貨幣供給量を 100 から 120 に増加させたとする。この時の GDP の変化として正しいものを、以下の①〜④からひとつ選びなさい。

① 20 減少する

② 10 減少する

③ 10 増加する

④ 20 増加する

問１３　ある国のマクロ経済が問 12 のモデルで記述されるものとする。今度は、物価水準は 1、名目貨幣供給量は 125 で固定されているとして、この国の完全雇用 GDP が 200 だとしよう。完全雇用 GDP を実現するために必要となる政府支出の水準として正しいものを、以下の①〜④からひとつ選びなさい。

① 0
② 10
③ 20
④ 30

問１４　マクロ経済の計測について誤っているものを、以下の①〜④からひとつ選びなさい。

① 失業率は人口に占める失業者の割合ではない。
② 名目 GDP と実質 GDP が分かっていても、GDP デフレーターが分かるとは限らない。
③ インフレ率を測る方法は消費者物価指数を測る以外にもある。
④ 国際収支の誤差脱漏は記録上無視できない程度に大きい。

問１５　時間が整数 tで表されるとして、ある国のt期のインフレ率(π_t)と GDP(y_t)が以下の方程式系により逐次決定されているものとする。

$$\pi_t = \pi_t^e + \varphi(y_t - 10)$$
$$y_t = y_{t-1} + \psi(m_t - \pi_t)$$
$$\pi_t^e = \pi_{t-1}$$

ただし、φ及びψはいずれも正の定数で、π_t^eは$t-1$期に形成される次期についての期待インフレ率、m_tは名目貨幣供給増加率とする。ここで、T期までは経済が定常状態にあり貨幣供給増加率は 4 だったとして、$T+1$期に貨幣供給増加率が 5 に上昇するとしよう。T期と比べた$T+1$期のインフレ率と GDP の変化の組み合わせとして正しいものを、以下の①〜④からひとつ選びなさい。

① インフレ率は上昇し、GDP は増加する
② インフレ率は上昇し、GDP は減少する
③ インフレ率は低下し、GDP は増加する
④ インフレ率は低下し、GDP は減少する

問１６　家計が以下のような期待生涯効用の最大化により、最適な消費／貯蓄水準を決めているものとする：

$$max.E_t\left[\sum_{i=0}^{\infty}\beta^i U(C_{t+i})\right]$$
$$s.t. A_t + C_t = (1+r_t)A_{t-1} + Y_t$$

ただしβは主観的割引因子$(0<\beta<1)$、C_tは第t期の消費、A_tは第t期の金融資産保有額、r_tは第$t-1$期から第t期にかけての金融資産収益率、Y_tはt期の労働所得で、いずれも正の値を取るものとする。各期の消費から家計が得る効用$U(.)$は、以下のような相対的リスク回避度一定（CRRA）型の効用関数で与えられている：

$$U(C)=\frac{C^{1-\gamma}}{1-\gamma},\qquad \gamma\neq 1$$

$$=ln(C),\qquad \gamma=1$$

ただしγは相対的リスク回避度を表すパラメータである$(\gamma>0)$。この効用最大化問題を解いて得られる家計の異時点間の消費水準の最適化条件（オイラー方程式）を、確率割引ファクターM_{t+1}を使って表すと以下のようになる：

$$E_t[M_{t+1}(1+r_{t+1})]=1$$

正しいM_{t+1}を以下の①～④から選びなさい。

① $M_{t+1}=\gamma(C_{t+1}/C_t)^{\beta}$

② $M_{t+1}=\gamma(C_{t+1}/C_t)^{-\beta}$

③ $M_{t+1}=\beta(C_{t+1}/C_t)^{\gamma}$

④ $M_{t+1}=\beta(C_{t+1}/C_t)^{-\gamma}$

問１７　問１６とまったく同じ家計の最適な消費のパターンの決定について考える。新型コロナウィルス感染症の世界的大流行（以下、パンデミック）の影響で、感染症収束後に家計の効用関数のパラメータに恒久的な変化が生じたものとする。しかし変化の起こり方は国によって異なり、X 国の家計はよりリスク回避的になり、Z 国の家計は将来時点の消費から得られる効用をより大きく割り引いて評価するようになった。簡単化のために、パンデミックの発生前・収束後には不確実性は存在せず、それぞれの期間において問１６の最適化条件の式が完全予見の下で成立しているものとする。他の条件がすべて一定であるときに、X 国と Z 国の家計の消費の成長率の変化について、①～④から正しい記述を選びなさい。

① パンデミックの発生前に比べ、収束後はX国・Z国とも消費の成長率が低下する

② Z国の消費の成長率は低下するが、X国については問題で与えられた情報からだけではわからない

③ X国の消費の成長率は低下するが、Z国の消費の成長率は変化しない

④ X国の消費の成長率は変化せず、Z国の消費の成長率は低下する

問１８　2010年から2020年までの間に、日本の米国に対する名目為替レートはほぼ変化せず、実質為替レートは約20%低下した。同期間の米国の物価上昇率は20%であったとすると、この10年間の日米の物価上昇率の差に一番近い値を選びなさい。

① マイナス16%ポイント
② マイナス20%ポイント
③ マイナス24%ポイント
④ マイナス28%ポイント

問１９　収穫一定の総生産関数が$F(K, AL) = ALf(k)$で、労働と資本がそれぞれ限界生産物に応じて報酬を得ているものとする。ただしkは効率労働1単位当たりの資本ストックである（$k = K/AL$）。生産技術を表すパラメータAは、一定の成長率$g = \frac{\dot{A}}{A}$で上昇しており、また賃金と金利をそれぞれ、

$$w \equiv \frac{\partial F(K, AL)}{\partial L}, r \equiv \frac{\partial F(K, AL)}{\partial K} - \delta$$

と表すものとする。ただし δ は資本の減耗率である。このとき賃金の変化率（$\dot{w}/w$）を表す式と、均斉成長経路上での賃金の変化率の組み合わせとして、正しいものを①～④から選びなさい。

① $\dot{w}/w = \left(kf''(k)\dot{k}\right)/\left(f(k) - kf'(k)\right)$、均斉成長経路上では$\dot{w}/w = 0$

② $\dot{w}/w = \dot{A}/A - \left(kf''(k)\dot{k}\right)/\left(f(k) - kf'(k)\right)$、均斉成長経路上では$\dot{w}/w = 0$

③ $\dot{w}/w = \left(kf''(k)\dot{k}\right)/\left(f(k) - kf'(k)\right)$、均斉成長経路上では$\dot{w}/w = g$

④ $\dot{w}/w = \dot{A}/A - \left(kf''(k)\dot{k}\right)/\left(f(k) - kf'(k)\right)$、均斉成長経路上では$\dot{w}/w = g$

問２０　問１９と同じ経済において、当初の効率労働１単位当たりの資本ストックkが均斉成長経路上でのk^*より低い水準から経済が出発したとすると、時間の経過とともに賃金と金利はどのように変化するか？　以下の①～④から正しいものを選びなさい。

① 賃金は上昇し、金利は減少する。

② 賃金は減少し、金利は上昇する。

③ 賃金は一定で、金利は減少する。

④ 賃金は一定で、金利は上昇する。

第２題

第２題と第３題から一題のみ選択すること。この問題（第２題）を解いた場合は、第３題に解答してはいけない。

独占企業が１種類の財を２つの分離された市場で販売する状況を考える。市場１における財の価格をp_1、市場２における財の価格をp_2とする。市場１の代表的消費者がx単位の消費から得るネットの効用を$x(4-x)-p_1x$、市場２の代表的消費者がx単位の消費から得るネットの効用を$x\left(2-\frac{1}{2}x\right)-p_2x$とする。また、企業が財をx単位生産するための費用は$\mathrm{C(x)}=\frac{1}{2}x^2$とする。

(1) 市場１の逆需要関数$\mathrm{P}_1(x)$と市場２の逆需要関数$\mathrm{P}_2(x)$をそれぞれ求めなさい。

(2) 独占企業が利潤を最大にしたときの市場１における生産量x_1^*および価格p_1^*と市場２における生産量x_2^*および価格p_2^*をそれぞれ求めなさい。また、このときの利潤を求めなさい。

(3) (2)で求めたp_1^*とp_2^*の大小関係について、各市場における需要の価格弾力性と関連付けながら説明しなさい。

(4) １種類の財が複数の分離された市場で異なる価格で販売されている現実の例を挙げなさい。

以下では独占企業は２つの市場で価格を差別化することができず、市場１と市場２の消費者は同じ価格に直面するものとする。

(5) 市場１と市場２を合わせた全体での逆需要関数$P(x)$を求めなさい。

(6) 独占企業が利潤を最大にしたときの生産量x^*および価格p^*を求めなさい。また、このときの利潤を求めなさい。

第３題

第２題と第３題から一題のみ選択すること。この問題（第３題）を解いた場合は、第２題に解答してはいけない。

$i=1$と $i=2$という、二人の消費者からなる経済を考える。

消費者iの効用は、以下の式で与えられる。

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log(c_t^i) \tag{1}$$

βは時間割引因子を、c_t^iは tと期の消費量を表す。βは１よりも小さい正の値であると仮定する。消費者iのt期における予算制約は

$$c_t^i + z_t^i + r_{t-1} b_{t-1}^i = y_t^i + b_t^i \tag{2}$$

で与えられる。ここで、z_t^iはt期の投資量を、y_t^iはt期の収入を、b_t^iはt期の借り入れを、r_{t-1}は$t-1$の借り入れ１単位に対して支払われる粗利子率を表す。$t+1$期の収入y_{t+1}^iは、t期の投資量z_t^iに依存しており、その関係は

$$y_{t+1}^i = \alpha_t^i z_t^i \tag{3}$$

で与えられる。生産性α_t^iは外生変数である。投資量は負の値を選ぶことはできないと仮定する。つまり、

$$z_t^i \geq 0 \tag{4}$$

が満たされなくてはならない。消費量は厳密に正の値しか取れないと仮定する。つまり、

$$c_t^i > 0 \tag{5}$$

が満たされなくてはならない。一方、借入量b_t^iは正の値も負の値も取り得る。b_t^iが負の場合、消費者 i は t 期において資金の貸し手になっていることを意味する。$t = 0$時点の、期初の借入量b_{-1}^iと、$t = 0$期の収入y_0^iは外生変数であり、それらは

$$b_{-1}^i = 0 \tag{6}$$

と

$$y_0^i = 1 \tag{7}$$

で与えられる。また、消費者 i は、以下の制約を守らなければならない。

$$\boldsymbol{\lim_{T\to\infty} \frac{1}{r_0 \cdots r_{T-1}} b_T^i = 0} \tag{8}$$

まとめると、消費者 i は効用関数(1)を、$\{c_t^i, z_t^i, b_t^i, y_{t+1}^i\}_{t=0}^{\infty}$を選んで最大化する。ただし、消費者 i は(2)式から(8)式で与えられる制約、および、初期条件を満たさなければならない。消費者 i は、プライステイカーであると仮定する。ここまでの設定は、$i =$ 1と $i = 2$、どちらの消費者にとっても共通である。

しかしながら、$i = 1$と $i = 2$は、生産性α_t^iの値が異なる。つまり、t が奇数の時には

$$\{\alpha_t^1, \alpha_t^2\} = \{1\,, 0.5\}$$

という値を取り、t が偶数の時には

$$\{\alpha_t^1, \alpha_t^2\} = \{0.5\,, 1\}$$

という値を取る。

この経済に不確実性は無い。すべて、完全予見である。

この経済は閉鎖経済である。そのため、競争均衡において、

$$b_t^1 + b_t^2 = 0$$

が常に満たされていなくてはならない。

以下の問に答えよ。

問 1.　消費者問題の制約を使って、以下の式を導きなさい。

$$c_0^i + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{r_0 \cdots r_{t-1}} c_t^i = 1 + \left(\frac{\alpha_0^i}{r_0} - 1 \right) z_0^i + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{r_0 \cdots r_{t-1}} \left(\frac{\alpha_t^i}{r_t} - 1 \right) z_t^i$$

問 2.　競争均衡における粗利子率$\{r_t\}_{t=0}^{\infty}$を求めなさい。

問 3.　競争均衡における、$i = 1$と $i = 2$の消費量の組$\{c_t^1, c_t^2\}_{t=0}^{\infty}$を求めなさい。

問 4.　競争均衡における、$i = 1$と $i = 2$の投資量の組$\{z_t^1, z_t^2\}_{t=0}^{\infty}$を求めなさい。

２．政治経済学

次の第１題から第４題のうち、２題を選択して解答しなさい。
（解答の冒頭に、選択した問題の番号を明記すること。）

第１題

資本の価値増殖のしくみについて、説明しなさい。

第２題

資本・賃労働関係の視点から、「機械による労働の代替」の経済的影響について論じなさい。

第３題

コロナ禍が環境問題に及ぼす影響のうち、①既に顕在化している短期的影響について具体例を用いて説明しなさい。その上で、②今後、コロナ禍への対応が長期的に社会の環境負荷を低減していく可能性と、それを実現するための政策的支援について論じなさい。

第４題

実在した社会主義・中央計画経済の企業に内在した、生産性の上昇・生産の拡大に対するディスインセンティブ disincentive について、下記の少なくともいずれか１つの語を用いて説明しなさい。
(1)プリンシパル／エージェント； (2)知的所有権； (3)賃金；
(4)ソフトな予算制約

3．統計学・計量経済学

第 1 題

以下の用語説明問題 7 問の中から **4** 問選択し答えよ．**5** 問以上答えた場合には，すべての解答を無効とする場合がある．

1. ブートストラップ法について説明せよ．
2. 偏相関係数について説明せよ．
3. n 次元確率変数ベクトル $\mathbf{X}$ が，密度または確率関数 $f(\mathbf{x};\theta)$ を持つとする．ここで θ は p 次元の未知パラメータである．$H_0 : \theta \in \Theta_0$ 対 $H_1 : \theta \in \Theta_1$ の仮説検定問題を考えるときの尤度比検定について説明せよ．
4. 二項選択の線形確率モデルとロジットモデルにおける限界効果 (marginal effects) について説明せよ．
5. 階差定常 (difference stationary) とトレンド定常 (trend stationary) について説明せよ．
6. トービンの分離定理について説明せよ．
7. シャープ・レシオ (Sharpe ratio) について説明せよ．

第 2 題

以下の 3 問の中から **1** 問だけ選択し答えよ．**2** 問以上答えた場合には，すべての解答を無効とする場合がある．

1. 以下の統計学関係の問題 **(a)** から **(c)** のすべてに答えよ．いずれの問題においても特に断りのない限り導出過程は省略しないこと．

(a) $k \times l$ の分割表があり，その (i,j) セルの確率は $r_{ij} = p_i \times q_j$ $(1 \le i \le k,\ 1 \le j \le l)$ とする．ここで $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$ かつ $\sum_{j=1}^{l} q_j = 1$ である．この分割表のモデルに対して，(i,j) セルの観測値が n_{ij} であるときの，r_{ij} の最尤推定量を求めよ．k と l は 2 以上とする．

(ヒント) $n = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{l} n_{ij}$，$n_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{l} n_{ij}$，$n_{\cdot j} = \sum_{i=1}^{k} n_{ij}$ という記号を用いるとよい．

(b) 大きさが N の有限母集団，$\theta_1, \ldots, \theta_N$ があり，$\mu = N^{-1}\sum_{j=1}^{N}\theta_j$ かつ $\sigma^2 = N^{-1}\sum_{j=1}^{N}(\theta_j - \mu)^2$ とおく．そしてこの母集団からのサイズ n の非復元抽出 (sampling without replacement) を行い，その標本を，$X_1, \ldots, X_n$ とする．ここで $n < N$ とし，標本平均を $\overline{X}$ で表す．このとき $\mathrm{E}(\overline{X}) = \mu$ が成立するが，

$$\mathrm{Var}(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}\Big(1 - \frac{n-1}{N-1}\Big)$$

を証明せよ．$\mathrm{E}(\overline{X}) = \mu$ は証明せずに用いてよい．

(c) $X_1, \ldots, X_n$ は独立に同一分布に従い，その周辺密度は

$$f(x;\theta) = \frac{\theta}{(1+x)^{\theta+1}}, \quad 0 < \theta < \infty \text{ かつ } 0 < x < \infty$$

であり，θ は未知パラメータである．

(i) θ の最尤推定量 $\widehat{\theta}_1$ とモーメント推定量 $\widehat{\theta}_2$ を求めよ．後者の場合は $\theta > 1$ を仮定する．

(ii) $\sqrt{n}(\widehat{\theta}_1 - \theta)$ の $n \to \infty$ のときの極限分布を求めよ．中心極限定理とデルタ法は用いてよいが，極限分布のパラメータは θ を用いて与えること．

2. 以下の計量経済学関係の問題 **(a)** から **(e)** のすべてに答えよ．いずれの問題においても**特に断りのない限り導出過程は省略しないこと．**

$\{Y_{it}, X_{it}\}$, $i = 1, 2, \ldots, N, t = 1, 2, \ldots, T$, は各 i について i.i.d. で, すべての i について T 個の組が観測されたパネルデータ (balanced panel data) とする. このサンプルについて以下の固定効果モデルを考える. X_{it} は 1 次元である.

$$Y_{it} = \alpha_i + \beta X_{it} + u_{it}, \tag{1}$$

ここで α_i は観測主体 i についての固定効果を表し, $\mathrm{Cov}(X_{it}, \alpha_i) \neq 0$ であるとする. いま $\mathrm{E}\left[u_{it} \mid X_{i1}, \ldots, X_{iT}, \alpha_i\right] = 0$ が成り立つとする.

(a) (1) 式を t について 1 階差をとったモデルを用いて β を最小二乗法 (OLS) で推定した場合の推定量 $\hat{\beta}^{\mathrm{FD}}$ を求めよ.

(b) 各観測主体の確率変数からそれぞれの時間を通じた平均を引く変換をおこなった変数を以下のように定義する.

$$\dot{Y}_{it} = Y_{it} - \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} Y_{it},$$
$$\dot{X}_{it} = X_{it} - \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} X_{it},$$
$$\dot{u}_{it} = u_{it} - \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} u_{it}.$$

$\dot{Y}_{it}$ を $\dot{X}_{it}$ に定数項なしで回帰するモデルの $\dot{X}_{it}$ の係数の OLS 推定量 $\hat{\beta}^{\mathrm{WI}}$ を求めよ.

(c) $T = 2$ のとき, $\hat{\beta}^{\mathrm{FD}} = \hat{\beta}^{\mathrm{WI}}$ であることを証明せよ.

(d) いま u_{it} の分散が均一で, 系列相関がないとする. $T = 3$ として, $\hat{\beta}^{\mathrm{FD}}$ と $\hat{\beta}^{\mathrm{WI}}$ の効率性 (efficiency) について説明せよ.

(e) 各観測主体ごとの N 個のダミー変数を考える. 例えば, 1 番目の観測主体を表すダミー変数を以下のように定義する,

$$D1_i = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad i = 1 \\ 0 & \text{if} \quad i \neq 1. \end{cases}$$

2 番目から N 番目についても同様に, $D2_i, \ldots, DN_i$ というダミー変数を定義する. (1) 式で α_i の代わりに $D1_i, D2_i, \ldots, DN_i$ を説明変数とした回帰モデルを OLS 推定した場合の X_{it} の係数の推定量が, $\hat{\beta}^{\mathrm{WI}}$ と同値になることを証明せよ.

3. 以下のファイナンス関係の問題 **(a)** から **(c)** のすべてに答えよ. いずれの問題においても**特に断りのない限り導出過程は省略しないこと.**

(a) ある投資資産のフォワード契約を考える. この投資資産の現時点の価格を S_0, 満期までの期間を T, 無リスク金利を r とする. この投資資産のフォワード価格 F を求め, なぜそのように与えられるか根拠も記せ. ただし, この投資資産は期中収入はないとする. また, 金利は連続複利で運用するとしてよい.

(b) 証券会社のトレーダーが現時点 (0 時点) で，ある株に対するヨーロピアン・コールオプション 1 単位を無裁定価格 C 円で顧客に売るとする．この株の現時点の株価を $S_0 = 100$, 無リスク金利を $r = 0$, オプションの満期を $T = 1$, オプションの行使価格を $K = 100$ として, 二項一期間モデルを考える．T 時点の株価 S_T は $S_T = 90$ か $S_T = 110$ になるとする．ヨーロピアン・コールオプション 1 単位の売却により生じるトレーダーのポジションを無リスクにするように株とキャッシュを合わせたポートフォリオを組み，t 時点 $(t = 0, T)$ において株の売買とキャッシュの借入・返済を実行する戦略を記述せよ．C の値も求めよ．

(c) ある株の現時点の株価を S_0 として, t (> 0) 時点の株価 S_t が

$$S_t = S_0 \exp\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t\right)$$

で与えられるとする．ただし, S_0 は定数で, $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$ であり, $\{W_t\}_{t \geq 0}$ はブラウン運動とする．各 t (> 0) で W_t は平均 0, 分散 t の正規分布に従う確率変数となる．

(i) t 時点の株価 S_t の密度関数を求めよ．

(ii) t 時点の株価 S_t の平均を求めよ．

(iii) t 時点の株価 S_t の分散を求めよ．

４．経済史

下記の第１題～第３題のうち任意の２題を選択して、それぞれ別紙に解答しなさい。解答に用いる言語は、日本語でも英語でもどちらでもよいものとする。

なお、解答文の冒頭に、選択した問題の番号を明記すること。

第１題

日本の奈良時代から高度経済成長期にいたる都市化（urbanization）の長期的過程と市場経済（market economy）の成長の関係について、西欧における任意の都市化事例と比較しつつ論じなさい。

第２題

国際機関（international organization）の果たした社会経済史的意義について、任意の事例を取り上げて具体的に論じなさい。

第３題

夫婦間の性別役割分業（gender division of labor）はどのように変化してきたのか、そのメカニズムを明らかにしつつ、任意の事例に即して具体的に論じなさい。