金融経済論Ⅰ メモ、New IS-LM (11/27) by 塩路.

家計の異時点間の最適化

家計は c, m から効用を得、l から負効用を得る。

c：消費　m：実質貨幣残高 $\frac{M}{P}$　l：労働

効用関数

$$\max_{c_t, l_t, m_t} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \underbrace{u(c_t, m_t, l_t)}_{\parallel} \quad \cdots\cdots (3')$$

$$\left[\frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{m_t^{1-\lambda}}{1-\mu} - \frac{l_t^{1+\lambda}}{1+\lambda} \right]$$

予算制約

名目値で書くと、

$$M_t + B_t + P_t \cdot C_t = (1+i_{t-1}) \cdot B_{t-1} + M_{t-1} + \Psi_t + \overbrace{W_t \cdot l_t}^{\text{名目労働所得}}$$

M_t：期末貨幣保有

B_t：〃債券保有

$P_t \cdot C_t$：名目消費支出

i_{t-1}：名目利子率（t-1期からt期にかけての）

Ψ_t：名目企業利潤（配当）

W_t：名目賃金

$$+ HELI_t$$

$HELI_t$：期初における追加的貨幣の helicopter drop（lump sum）

両辺を P_t でわると、

$$m_t + b_t + c_t = (1+i_{t-1})\frac{B_{t-1}}{P_t} + \frac{M_{t-1}}{P_t} + \psi_t + w_t l_t + heli_t$$

(ただし、$m_t \equiv \frac{M_t}{P_t}$, $b_t \equiv \frac{B_t}{P_t}$, $\psi_t \equiv \frac{\Psi_t}{P_t}$, $w_t \equiv \frac{W_t}{P_t}$, $heli_t \equiv \frac{HELI_t}{P_t}$)

$$\Rightarrow m_t + b_t + c_t = \frac{P_{t-1}}{P_t}\left[(1+i_{t-1})\cdot\frac{B_{t-1}}{P_{t-1}} + \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}}\right] + \psi_t + w_t l_t + heli_t$$

$$\Rightarrow \boxed{m_t + b_t + c_t = \frac{1}{1+\pi_t}\cdot\left[(1+i_{t-1})b_{t-1} + m_{t-1}\right] + \psi_t + w_t l_t + heli_t}$$

(ただし、$1+\pi_t \equiv \frac{P_t}{P_{t-1}}$) … (4')

なお、第0期初の資産，b_{-1}, m_{-1} は所与． No Ponzi-game 条件．

解き方

実質純資産 $a_t \equiv b_t + m_t$ (P.55)

とすると、

$$\boxed{a_t + c_t = \frac{1}{1+\pi_t}\left[(1+i_{t-1})a_{t-1} - i_{t-1}\cdot m_{t-1}\right] + \psi_t + w_t l_t + heli_t}$$

意味？

(bを消去)

動学的ラグランジアン

$$\Gamma_0 = E_0\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left[\frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{m_t^{1-\mu}}{1-\mu} - \frac{l_t^{1+\lambda}}{1+\lambda} - \lambda_t\left\{(a_t+c_t) - \frac{1}{1+\pi_t}\left[(1+i_{t-1})a_{t-1} - i_{t-1}m_{t-1}\right] - \psi_t - w_t l_t - heli_t\right\}\right]$$

FOCs

$\boxed{\dfrac{\partial \Pi_0}{\partial c_t}=0}$ $$C_t^{-\theta} = \lambda_t \quad \cdots\cdots ▽1$$

$\boxed{\dfrac{\partial \Pi_0}{\partial m_t}=0}$ $$m_t^{-\mu} = \beta E_t \lambda_{t+1} \frac{i_t}{1+\pi_{t+1}} \quad \cdots ▽2$$

$\boxed{\dfrac{\partial \Pi_0}{\partial l_t}=0}$ $$l_t^{\lambda} = \lambda_t w_t \quad \cdots\cdots ▽3$$

$\boxed{\dfrac{\partial \Pi_0}{\partial a_t}=0}$ $$\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \underbrace{\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}}_{\text{1+実質利子率.}} \quad \cdots ▽4$$

▽1より、 $C_{t+1}^{-\theta} = \lambda_{t+1}$. よって、

▽4より、 $$C_t^{-\theta} = \beta E_t C_{t+1}^{-\theta} \cdot \frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}} \quad \cdots\cdots \text{(オイラー方程式)} \quad (6)$$

▽3より。 $$l_t^{\lambda} = C_t^{-\theta} \cdot w_t \quad \cdots\cdots \text{(「労働供給」)} \quad (32)$$

▽2より、 $$m_t^{-\mu} = \beta E_t C_{t+1}^{-\theta} \cdot \frac{i_t}{1+\pi_{t+1}} \quad ▽2'$$

▽2'式の両辺を $\dfrac{1+i_t}{i_t}$ 倍すると、

$$\frac{1+i_t}{i_t} m_t^{-\mu} = \underbrace{\beta E_t C_{t+1}^{-\theta} \cdot \frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}}_{= C_t^{-\theta}}$$

← (6)式より。

∴ $$m_t^{-\mu} = \frac{i_t}{1+i_t} \cdot C_t^{-\theta} \quad \cdots\cdots \text{(「貨幣需要」)} \cdots (49)$$

☆

Dixit-Stiglitz型効用関数 (メモ)

……差別化された財のとり扱い方。

"C_t" は実は無数の差別化された財から得られる効用の総和である。

$$C_t = \left[\int_0^1 C(i)_t^{\frac{\eta-1}{\eta}} \, di \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad \cdots (20) \qquad \eta: \text{代替の弾力性}.$$

個々の $C(i)_t$ の選択問題

$$\begin{cases} \max \; C_t \\ \text{s.t.} \; \int_0^1 P(i)_t \cdot C(i)_t \, di = E_t \end{cases} \quad \cdots\cdots (A)$$

E_t ← 総支出.

$$\mathcal{L} \equiv \left[\int_0^1 C(i)_t^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} + \lambda \cdot \left(E_t - \int_0^1 P(i)_t C(i)_t \, di \right)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C(i)_t} = \frac{\eta}{\eta-1} \left[\int_0^1 C(i)_t^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}-1} \cdot \frac{\eta-1}{\eta} C(i)_t^{\frac{\eta-1}{\eta}-1} - \lambda \cdot P(i)_t = 0$$

$$\therefore \quad C_t^{\frac{1}{\eta}} \cdot C(i)_t^{-\frac{1}{\eta}} = \lambda \cdot P(i)_t$$

$$\therefore \quad C(i)_t = \left[\lambda \cdot P(i)_t \right]^{-\eta} \cdot C_t \quad \cdots\cdots (B)$$

(B) を (A) に代入

$$\int_0^1 P(i)_t \cdot C(i)_t \, di = \int_0^1 P(i)_t \cdot \left[\lambda \cdot P(i)_t \right]^{-\eta} \cdot C_t \cdot di$$

$$= \lambda^{-\eta} \cdot C_t \cdot \int_0^1 P(i)_t^{1-\eta} \, di = E_t \quad \cdots\cdots (C)$$

一方、(B) を (20) に代入すると、

$$C_t^{\frac{\eta-1}{\eta}} = \int_0^1 C(i)_t^{\frac{\eta-1}{\eta}} di = \int_0^1 \left\{ \left[\lambda \cdot P(i)_t \right]^{-\eta} \cdot C_t \right\}^{\frac{\eta-1}{\eta}} di = \cdots \text{(つづく)}$$

$$= \lambda^{1-\eta} \cdot C_t^{\frac{\eta-1}{\eta}} \cdot \int_0^1 P(i)_t^{1-\eta}\, di$$

$$\therefore \quad \lambda^{1-\eta} = \left[\int_0^1 P(i)_t^{1-\eta}\, di \right]^{-1} \quad \cdots\cdots (D)$$

ここで、巧妙な定義をもち出す.

$$P_t \equiv \lambda^{-1} = \left[\int_0^1 P(i)^{1-\eta}\, di \right]^{\frac{1}{1-\eta}} \quad \cdots\cdots (E)$$

平均物価水準!(一般物価)

すると、(C)式は、

$$E_t = \lambda^{-\eta} \cdot \int_0^1 P(i)_t^{1-\eta}\, di \cdot C_t$$

$$= P_t^{\eta} \cdot P_t^{1-\eta} \cdot C_t = P_t \cdot C_t$$

よって、

$$E_t = P_t \cdot C_t \quad \cdots\cdots (F)$$

となる!!

(消費支出(名目) = 物価・消費量)

一方、(B)は

$$C(i)_t = \left[\frac{P(i)_t}{P_t} \right]^{-\eta} \cdot C_t \quad \cdots\cdots (G)$$

となる!!

(個別財に対する需要曲線は右下り)

伸縮価格経済における独占的競争企業の行動と市場均衡（メモ）

企業は全てsymmetricと仮定.

独占的競争だから右下りの需要曲線に直面→最適な$p_{i,t}$を選択.

企業iの最適化問題

生産関数 $y(i)_t = Z_t \cdot n(i)_t$ ‥‥(23)

技術水準　労働

賃金（実質）w_t

⇒ 限界費用 $\phi_{i,t} = \phi_t = \dfrac{w_t}{Z_t}$ ‥‥(25)

よって企業の利潤最大化問題

$$\max_{p_{i,t}} \Pi_{i,t} = \left(\frac{p_{i,t}}{p_t}\right) y_{i,t} - \phi_t \cdot y_{i,t} \quad \cdots\cdots (27)$$

実質利潤にするためにp_tである

$$\text{s.t.} \quad y_{i,t} = c_{i,t} = \left(\frac{p_{i,t}}{p_t}\right)^{-\eta} \cdot y_t \quad \cdots\cdots (28)$$

右下りの需要曲線.

総消費c_tと同じ

(28)を(27)に代入し

$$\max_{p_{i,t}} \Pi_{i,t} = \left[\left(\frac{p_{i,t}}{p_t}\right)^{1-\eta} - \phi_t \cdot \left(\frac{p_{i,t}}{p_t}\right)^{-\eta}\right] \cdot y_t \quad \cdots (29)$$

→ $p_{i,t}$について微分して0とおく.

$$\boxed{\frac{P_{it}}{P_t} = \frac{\eta}{\eta - 1} \cdot \phi_t} \quad (30)$$

… マークアップ価格形成原理．

（マークアップ率 $\frac{\eta}{\eta-1} - 1 = \frac{1}{\eta - 1}$ ）

あるいは $\frac{P_{it}}{P_t} = \frac{\eta}{\eta - 1} \cdot \frac{1}{Z_t} \frac{W_t}{P_t}$

財市場の均衡

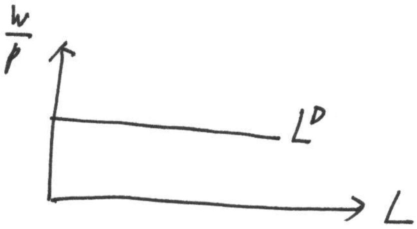
全ての企業はsymmetricより、 $P_{it} = P_t \quad \forall i$

よって、(30) より、

$$1 = \frac{\eta}{\eta - 1} \cdot \phi_t = \frac{\eta}{\eta - 1} \cdot \frac{1}{Z_t} \cdot \frac{W_t}{P_t} \quad \cdots (31)$$

$$\Leftrightarrow \frac{W_t}{P_t} = Z_t \cdot \frac{\eta - 1}{\eta}$$

… 労働需要曲線



労働市場の均衡

$$l_t^{\lambda} = C_t^{-\theta} \cdot \frac{W_t}{P_t} = y_t^{-\theta} \cdot \frac{W_t}{P_t} \quad \cdots\cdots (32)$$

$y_t = c_t$

…… 労働供給曲線

(31) と (32) より、労働市場の均衡は

$$l_t^{\lambda} = \frac{\eta - 1}{\eta} \cdot Z_t \cdot y_t^{-\theta} \quad \cdots\cdots (33)$$

$l_t = n_t = \frac{y_t}{z_t}$

$$\therefore \boxed{\ln y_t = \frac{1}{\lambda + \theta} \left[\ln\left(\frac{\eta - 1}{\eta}\right) + (1+\lambda) \ln Z_t \right]} \quad \text{AS}$$