Calvo Pricing とNKPCの導出 (メモ)

ここでは全ての変数は対数表示と考える。

(仮定) 各企業には、毎期、ρの確率で価格改定の機会が訪れる。
∴ $1-\rho$の確率で、前期と同じ価格をつけなくてはならない。

p_t : 一般物価(のlog)

x_t : t期に価格をresetする企業のつける価格。(のlog)

$$p_t = \rho x_t + (1-\rho) p_{t-1} \quad \cdots\cdots (36)$$ ← 幾何平均

もし、企業が毎期価格を自由に選べたら選ぶであろう「最適価格」をp_t^*とする。

$$p_t^* = \phi_t + p_t + \chi \quad \cdots\cdots (37)$$ ← (30)の対数線形近似

p_t^*: ある企業(i)にとっての最適な価格
ϕ_t: その企業の限界費用
p_t: 一般物価。(競争相手のつける価格の平均)

$\boxed{x_t\text{の決定}}$

考え方: 今期、たまたま価格をresetする機会がめぐってきた企業は、当然、今価格をつけたらしばらく同じ価格をつけ続けなくてはならない可能性を考慮して価格を決める。よって、

$$x_t \neq p_t^* \quad !!!$$

将来のことまで考えると、ラフにいうと、

x_t = (現在及び)将来の最適価格の加重平均

もう少しいうと、

$$x_t = \left[\sum_{\tau=0}^{\infty} \left(t+\tau\text{期にも}\overset{t\text{期}}{\text{今}}\text{と同じ価格をつけている確率} \right) \times \underbrace{\left(t+\tau\text{期の最適価格} \right)}_{(\text{期待値})} \right] \Big/ (\text{確率の和})$$

である。表にすると、

期	x_tが「死んでない」確率	最適価格
t	1	p^*_t
$t+1$	$1-\rho$	p^*_{t+1}
$t+2$	$(1-\rho)^2$	p^*_{t+2}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	確率の和 $= \dfrac{1}{\rho}$	

$$\therefore \quad x_t = \left[p^*_t + (1-\rho) E_t p^*_{t+1} + (1-\rho)^2 E_t p^*_{t+2} + \cdots\cdots \right] \Big/ \left(\frac{1}{\rho} \right)$$

$$= \rho p^*_t + (1-\rho)\rho E_t p^*_{t+1} + (1-\rho)^2 \rho E_t p^*_{t+2} + \cdots\cdots$$

$$= \rho E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\rho)^j p^*_{t+j} \qquad \cdots\cdots (38)$$

(38)より、

$$E_t x_{t+1} = \rho E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\rho)^j p^*_{t+1+j}$$

$$= \frac{\rho}{1-\rho} E_t \sum_{j=1}^{\infty} (1-\rho)^j p^*_{t+j}$$

$$\Rightarrow \quad (1-\rho) E_t x_{t+1} = \rho E_t \sum_{j=1}^{\infty} (1-\rho)^j p^*_{t+j} \qquad \cdots\cdots (*)$$

(38)の両辺から(*)の両辺をさしひくと、

$$x_t - (1-\rho)E_t x_{t+1} = \rho p_t^*$$

$$\because \quad x_t = \rho p_t^* + (1-\rho)E_t x_{t+1} \quad \cdots\cdots (39)$$

ここまでのまとめ

$$\begin{cases} p_t^* = \phi_t + p_t + \chi & \cdots\cdots (37) \\ x_t = \rho p_t^* + (1-\rho)E_t x_{t+1} & \cdots (39) \\ \boxed{p_t = \rho x_t + (1-\rho)p_{t-1}} & \cdots\cdots (36) \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{x_t = \rho(\phi_t + p_t + \chi) + (1-\rho)E_t x_{t+1}} \quad \cdots (40)$$

NKPCへ

(36)より、

$$\pi_t = \rho x_t - \rho p_{t-1} \quad \cdots\cdots (36')$$ ただし $\pi_t \equiv p_t - p_{t-1}$

1期進めて期待値をとると

$$E_t\pi_{t+1} = \rho E_t x_{t+1} - \rho p_t \quad \cdots\cdots (41)$$

(41)の両辺から(36')の両辺ひくと、

$$E_t\pi_{t+1} - \pi_t = \rho E_t\Delta x_{t+1} - \rho\pi_t \quad \cdots (41')$$ ただし $\Delta x_{t+1} \equiv x_{t+1} - x_t$

この値はいくらか？

一方、(40)より、

$$E_t\Delta x_{t+1} = \rho E_t x_{t+1} - \rho(\phi_t + p_t + \chi) \quad \cdots (40')$$

先の(41)を(40')に代入すると、

$$E_t\Delta x_{t+1} = E_t\pi_{t+1} - \rho(\phi_t + \chi) \quad \cdots\cdots (42)$$

この(42)を(41')に代入してやればよい。

$$E_t\pi_{t+1}-\pi_t=\rho\left[E_t\pi_{t+1}-\rho(\phi_t+\chi)\right]-\rho\pi_t$$

$$\Leftrightarrow\ \boxed{\pi_t=E_t\pi_{t+1}+\frac{\rho^2}{1-\rho}(\phi_t+\chi)}\quad\cdots(43)$$

「限界費用表示の」NKPC.

限界費用からGDPギャップへ

まず、$\underbrace{\phi_t}_{\text{限界費用}}=\underbrace{w_t}_{\text{実質賃金}}-\underbrace{z_t}_{\text{技術水準}}$ である.

労働供給	$\lambda l_t+\theta y_t=w_t$	(32′)
生産関数	$y_t=z_t+n_t$	(23′)
労働市場の均衡	$n_t=l_t$	

$\Rightarrow\ w_t=(\lambda+\theta)y_t-\lambda z_t$

生産↑ → 労働需要↑ → 賃金↑

よって(43)は

$$\boxed{\pi_t=E_t\pi_{t+1}+\frac{\rho^2(\lambda+\theta)}{1-\rho}y_t+\frac{\rho^2}{1-\rho}\chi-\frac{\rho^2(1+\lambda)}{1-\rho}z_t}\quad\cdots(44)$$

… NKPC !!

定常状態の周りで線形近似

$$\boxed{\pi_t=E_t\pi_{t+1}+\alpha y_t}\quad\cdots(2)\qquad\text{where }\alpha\equiv\frac{\rho^2(\lambda+\theta)}{1-\rho}$$

金融政策ルール

（復習）

貨幣需要関数　(49)式

$$m_t^{-\mu} = \frac{i_t}{1+i_t} C_t^{-\theta}$$

，（但し $m_t \equiv \frac{M_t}{P_t}$）（$y_t = c_t$）

→対数バージョン

$$M_t - P_t = -\frac{1}{\mu} \cdot i_t + \frac{\theta}{\mu} y_t \quad \cdots (50')$$

2種類のルールを考える。

$\boxed{\text{金利ルール}}$

$$\underline{i_t = g_1 \cdot y_t + g_2 \cdot \pi_t + \zeta_t}$$

$$\zeta_{t+1} = \phi \cdot \zeta_t + \varepsilon_{t+1}$$

→ このとき、(50')からM_tが内生的に決定される。

$\boxed{\text{マネーサプライ・ルール}}$

$$\underline{\Delta M_{t+1} = \phi \Delta M_t + \varepsilon_{t+1}}$$

（moneyの成長率を定める）

↓

ここから、

$$\begin{cases} m_{t+1} - m_t = \Delta M_{t+1} - \pi_{t+1} \\ m_t = -\frac{1}{\mu} i_t + \frac{\theta}{\mu} y_t \quad \cdots (50') \end{cases}$$

を合わせて均衡が定まる。