金融経済論 1（塩路）　課題 2　期限 2010 年 11 月 16 日講義中

最適成長理論（ラムゼーモデル）

RBC 理論の基礎ともなる最適成長理論の簡単なバージョンを解いてシミュレーションすることを考える。ある経済には 1 人の家計がいて、自分で消費と資本蓄積を行う。この家計は無限期間生きるものとする。効用関数は

$$Max\, U_0 = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln(C_t) \text{ ただし } 0 < \beta < 1$$

ここで C_t は t 期の消費である。予算制約式は

$$K_{t+1} = (1-\delta) \cdot K_t + A_t \cdot K_t^{\alpha} - C_t, \quad K_0 \text{は所与} \qquad \text{ただし } 0 < \delta < 1\text{、} 0 < \alpha < 1$$

ここで K_t は t 期初の資本ストックであり、A_t は t 期の生産性である。

（1）家計の最適化の一階の条件（「オイラー方程式」）が

$$1/C_t = \beta \cdot E_t(1/C_{t+1})\left[1 + \alpha A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} - \delta\right]$$

であることを示せ。

（2）生産性が $A_t = A^*$ で一定であり、不確実性がないものとする。このとき、定常状態における資本ストック K^* を式で求めよ。また、定常状態における消費 C^* を K^* を用いて表わせ。

（3）予算制約式とオイラー方程式を問（2）で求めた「非確率的定常状態」(non-stochastic steady state)の周りで<u>対数</u>線形近似することで次を導け。

$$E_t \ln \hat{K}_{t+1} = (1/\beta) \cdot \ln \hat{K}_t - (MPK^*/\alpha - \delta) \cdot \ln \hat{C}_t + (MPK^*/\alpha) \cdot \ln \hat{A}_t$$

$$E_t \ln \hat{C}_{t+1} - \ln \hat{C}_t = -(1-\alpha) \cdot \beta \cdot MPK^* \cdot E_t \ln \hat{K}_{t+1} + \beta \cdot MPK^* \cdot E_t \ln \hat{A}_{t+1}$$

ただし、$MPK^* = (1/\beta) - 1 + \delta$ である。

（4）生産性が次のような AR(1)過程に従うものとしよう。

$$\ln \hat{A}_{t+1} = \rho \cdot \ln \hat{A}_t + \varepsilon_{t+1}$$

第 0 期に「1 単位の生産性ショック」があったとき、つまり $\varepsilon_0 = 1$ となった時の

消費と資本ストックの反応を調べたい（ただし第 1 期以降はショックはない）。ここで消費はジャンプする変数、資本ストックは先決変数と考える。また、次のようなパラメーター値を設定する。

$$\alpha = 0.3,\ \beta = 0.95,\ \delta = 0.05,\ A^* = 1$$

消費と資本ストックのインパルス応答関数を求めて図示せよ。

この課題については、計算問題の計算結果、Matlab コード、計算された行列 AA と P の打ち出し、それからグラフをプリントアウトして提出すること。