

課題3 2012年度 金融経済論1 (担当塩路)

期限：12月26日(水)までに塩路研究室のドアに貼ってある封筒の中に提出してください。

授業で学んだ基本的 RBC モデルでは、労働供給の賃金に対する弾力性が重要なカギとなっていた。すなわち、賃金が一時的に上昇した時に労働者が働く時間を増やしたいと思うので、労働時間が大きく増加するというわけであった。これによって GDP は生産性の上昇率以上の率で増大することになる。このようなアイデアに懐疑的な見方は当然存在する。日本のサラリーマンは賃金の変動に応じてどのくらい労働時間を主体的に調整しているだろうか、と考えると、この理論は全くダメとまでは言わなくても何となくアヤシイ、と感じるのは事実である。より学問的な、マイクロデータを用いた実証研究でも、労働供給の賃金弾力性はそれほど高くないという結論が出されている。

生産性変動の影響を拡大して GDP に伝えるメカニズムとしてもう一つ考えられているのが、(よりマイナーな流派ではあるが) 資本稼働率の内生的変動である。この講義で学ぶ理論では通常、資本ストックは常に一定の率で稼働されると考えている。しかし実際には、企業は機械設備を長時間稼働させたりベルトコンベアーのスピードを上げたり、その逆に稼働時間を短くしたりする余地があるはずである。そこで次のような考えが成り立つ。生産性が高まると、(家計ではなく) 企業が、今が生産拡大のチャンスだと考えて、資本ストックの稼働率を上昇させる。その対価として、資本ストックを使いすぎると速いスピードで摩耗が発生してしまう。つまり資本減耗率は資本稼働率の増加関数である。そのようなモデルをこの宿題では考えてみよう。

次のような生産関数を考える。

$$y_t = v_t \cdot z_t \cdot k_t^\alpha \quad (1)$$

ただし z_t は資本稼働率である。簡単化のために、労働は一定で 1 に等しいと考えている。家計の効用は消費だけの関数である。

$$\text{Max } U_0 = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} \quad (2)$$

経済全体の資源制約式は

$$k_{t+1} = (1 - \delta(z_t)) \cdot k_t + y_t - c_t \quad (3)$$

と書ける。ここで、 $\delta(z_t)$ は資本減耗率が資本稼働率の増加関数であることを表している。具体的には次のような関数を考えよう。

$$\delta(z_t) = \frac{\psi}{1+\lambda} \cdot z_t^{1+\lambda} - \mu \quad (4)$$

ただし、 $\psi > 0$, $\lambda > 0$ である。他の面ではこのモデルは講義で見た基本的 RBC モデルと同じである。

この問題を社会的計画者(social planner)の立場から解くことを考えよう。つまり、(3)式に(1)と(4)を代入したものを制約式と見なして、そのもとで(2)を最大化する。

問1 社会的計画者の問題のラグランジアンを設定せよ。

問2 この最適化問題を解いて、 k 、 c 、 z に関する均衡条件が次のように書けることを示せ。

$$k_{t+1} = (1 - \delta(z_t)) \cdot k_t + v_t \cdot k_t^\alpha - c_t$$

$$c_t^{-\sigma} = \beta \cdot E_t c_{t+1}^{-\sigma} \left[1 - \delta(z_{t+1}) + \alpha \cdot v_{t+1} \cdot z_{t+1} \cdot k_{t+1}^{\alpha-1} \right]$$

$$\psi \cdot z_t^\lambda = v_t \cdot k_t^{\alpha-1}$$

問3 このモデルの非確率的定常状態を考えたい。ただし $v^*=1$ とする。

- ① パラメーターの値をうまく設定することで、この定常状態における z の値がちょうど $z^*=1$ となり、また資本減耗率がちょうど $\delta(z^*) = \delta^*$ (所与の定数) となるようにしたい。このとき、パラメーター間に次の2つの関係が成立しなくてはならないことを示せ。

$$\psi = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1}{\beta} - 1 + \delta^* \right), \quad \mu = \frac{\psi}{1 + \lambda} - \delta^*$$

以下ではこの関係が満たされるように ψ と μ が選ばれるものと仮定する。

- ② さらに次の2式が成り立つことを示せ。

$$k^* = \left(\frac{\alpha}{\frac{1}{\beta} - 1 + \delta^*} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad c^* = k^{*\alpha} - \delta^* k^*$$

問4 講義ホームページ上の `rbc2.m`(数値微分を使うコード)を参考にして、このモデルにおける生産性ショックの影響を考えたい。生産性は次のような AR1 過程に従うとする。

$$v_{t+1} - 1 = \phi(v_t - 1)$$

パラメーター値は次の通りであるとする。

$$\sigma = 1.5, \alpha = 0.3, \beta = 0.99, \lambda = 3, \delta^* = 0.025, \phi = 0.95$$

このとき、1%の生産性ショックに対する生産、消費、資本ストック、資本稼働率のインパルス応答関数を求めよ。計算するために使用したコード、計算結果の打ち出し、インパルス応答関数の図を提出すること。