

小国開放経済RBCモデル

小国開放経済を仮定する。

資本市場

外国実質金利は所与である。自国が外国から資金を調達する際には、外国実質金利にリスク・プレミアムを上乗せして支払わなくてはならない可能性がある。リスク・プレミアムの水準はこの国の対外負債残高の増加関数である。

$$r_t = r^F + \Phi_D(D_t) \quad \text{ただし } \Phi_D'(D_t) > 0 \quad (1)$$

ここで r が自国実質金利、 r^F が外国実質金利、 D はこの国全体としての対外負債を意味している。この値が負であるときには対外債権を持っていることになる。

代表的家計 (資本の調整費用がない場合)

個々の家計は自国実質金利 r を所与として行動するものとしよう。

$$\begin{aligned} \text{Max } U_0 &= E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t) \\ \text{s.t. } k_{t+1} - d_{t+1} &= (1 - \delta) \cdot k_t - (1 + r_t) d_t + w_t \cdot l_t + \text{ren}_t \cdot k_t - c_t, \quad \forall t \geq 0 \\ d_0, k_0 &\text{は所与} \end{aligned} \quad (2)$$

ただし d はこの家計の対外負債である。均衡では $d=D$ となる。 ren は資本の実質レンタル料である。毎期の効用は

$$u(c_t, l_t) = \ln c_t - \frac{\psi}{1 + \lambda} \cdot l_t^{1 + \lambda} \quad (3)$$

ラグランジュ乗数法を用いる。

$$\begin{aligned} \Lambda_0 &= E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\ln c_t - \frac{\psi}{1 + \lambda} \cdot l_t^{1 + \lambda} \right. \\ &\quad \left. + \beta \cdot \phi_{t+1} \cdot \{(1 - \delta) \cdot k_t - (1 + r_t) d_t + w_t \cdot l_t + \text{ren}_t \cdot k_t - c_t - k_{t+1} + d_{t+1}\} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

最適化の一階の条件は？

代表的企業

利潤を最大化。生産関数は

$$y_t = k_t^\alpha \cdot (e^{z_t} \cdot l_t)^{1 - \alpha} \quad (5)$$

利潤は

$$\Pi_t = y_t - ren_t \cdot k_t - w_t \cdot l_t \quad (6)$$

利潤最大化問題を解くと

$$ren_t = MPK_t = \alpha \cdot \left(k_t / \left(e^{z_t} l_t \right) \right)^{\alpha-1} \quad (7)$$

$$w_t = MPL_t = (1-\alpha) \cdot e^{z_t} \cdot \left(k_t / \left(e^{z_t} l_t \right) \right)^{\alpha} \quad (8)$$

なお、(7)を1期進めると、

$$ren_{t+1} = MPK_{t+1} = \alpha \cdot v_{t+1} \cdot \left(k_{t+1} / \left(e^{z_{t+1}} l_{t+1} \right) \right)^{\alpha-1} \quad (7')$$

均衡

家計と企業の予算制約を統合し、また $d=D$ という条件を課して、経済全体の資源制約式を求める。また、家計と企業の最適化の一階条件を組み合わせる。

定常状態

まず、次のような特殊ケースを考える。

$$1+r^F* = \frac{1}{\beta}$$

ただし、*は定常状態の値を意味する。

次に、そうでない場合には何が起きるかを考える。

資本の調整費用の導入

代表的家計の予算制約式を次のように変更する。

$$k_{t+1} - d_{t+1} = (1-\delta) \cdot k_t - (1+r_t) d_t + w_t \cdot l_t + ren_t \cdot k_t - c_t - \Phi_K(k_{t+1} - k_t) \quad (9)$$

調整費用関数は2次関数であるとする。

$$\Phi_K(k_{t+1} - k_t) = \frac{\phi_K}{2} (k_{t+1} - k_t)^2 \quad (10)$$

家計の一階の条件と経済の資源制約式が一部変更になる。