

この講義について

配布日：9/14/2021 Version：1.1

担当教員：川平 友規 (Kawahira, Tomoki；経済学部，大学院経済学研究科)

本授業の目的およびねらい (シラバスより)：「幾何学 I」「幾何学 II」と合わせて，空間内の曲線と曲面の微分幾何学に関する基本的事柄を学びます．曲線や曲面の「曲がり具合」を定量的に表現する方法を習得し，曲面に関するガウス・ボンネの定理を理解することを目標とします．

講義で扱うトピック (予定)：以下の各項目について 2~3 回かけて解説します．

- 1. 曲線の定義と例
- 2. 曲率と振率，フレネ・セレの公式
- 3. 空間曲線の基本定理
- 4. 曲面の定義と例
- 5. 第一基本形式と第二基本形式
- 6. ガウス曲率と平均曲率
- 7. ガウスの驚異の定理と曲面論の基本定理
- 8. 測地線と測地三角形
- 9. ガウス・ボンネの定理
- 10. 球面幾何学と双曲幾何学

時間に余裕があれば，受講生の興味に応じて，ベクトル場に関するポアンカレ・ホップの定理，等温座標の存在，多様体上の微分幾何学 (上記の理論の一般化・高次元化) 等について概説します．

幾何学 I の講義日 (予定)

幾何学 II の講義日 (予定)

第 1 回	9 月 14 日	火 2 限		第 1 回	11 月 2 日	火 2 限	
第 2 回	9 月 17 日	金 2 限		第 2 回	11 月 5 日	金 2 限	
第 3 回	9 月 21 日	火 2 限		第 3 回	11 月 9 日	火 2 限	
第 4 回	9 月 24 日	金 2 限		第 4 回	11 月 12 日	金 2 限	
第 5 回	9 月 28 日	火 2 限		第 5 回	11 月 16 日	火 2 限	
第 6 回	10 月 1 日	金 2 限			(11 月 19 日)	(金)	(一橋祭で休み)
第 7 回	10 月 5 日	火 2 限		第 6 回	11 月 23 日	火 2 限	(金曜日の振替日)
第 8 回	10 月 8 日	金 2 限		第 7 回	11 月 26 日	金 2 限	
第 9 回	10 月 12 日	火 2 限		第 8 回	11 月 30 日	火 2 限	
第 10 回	10 月 15 日	金 2 限		第 9 回	12 月 3 日	金 2 限	
第 11 回	10 月 19 日	火 2 限		第 10 回	12 月 7 日	火 2 限	
第 12 回	10 月 22 日	金 2 限		第 11 回	12 月 10 日	金 2 限	
第 13 回	10 月 26 日	火 2 限		第 12 回	12 月 14 日	火 2 限	(オンデマンド)
第 14 回	10 月 29 日	金 2 限	期末試験	第 13 回	12 月 17 日	金 2 限	(オンデマンド)
				第 14 回	12 月 21 日	火 2 限	期末試験

担当教員：川平 友規

教科書および参考書：教科書にあたる講義プリントを manaba 上で pdf 形式で配布します。自習用の参考書として、以下を挙げておきます：

- 小林昭七, 『曲線と曲面の微分幾何』, 裳華房
- 梅原雅顕・山田光太郎, 『曲線と曲面 — 微分幾何学のアプローチ』, 裳華房
- 川崎徹郎, 『曲面と多様体』, 朝倉書店
- 千葉逸人, 『ベクトル解析からの幾何学入門』, 現代数学社
- 砂田利一, 『曲面の幾何』, 岩波書店

クイズ：毎週（2 回に 1 度），Google Forms を用いたクイズ（小テスト）を行います。URL は manaba 上で公開します。

成績評価の方法：クイズ（30～50 %）と期末試験（50～70 %）。幾何学 I と幾何学 II はそれぞれ独立に成績をつけます。

質問受付：次の 3 つの方法で質問や問い合わせを受け付けます。

- 授業中や授業後の休み時間に直接質問する。
- クイズのコメント欄に質問を書く。
- 質問を手書きして写真をとり，pdf や jpeg 画像の形でメールに添付する。

よく使う記号など：数の集合

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| (1) \mathbb{C} : 複素数全体 | (2) \mathbb{R} : 実数全体 | (3) \mathbb{Q} : 有理数全体 |
| (4) \mathbb{Z} : 整数全体 | (5) \mathbb{N} : 自然数全体 | (6) \emptyset : 空集合 |

ギリシャ文字

- | | | | | |
|-------------------------------|-------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|
| (1) α : アルファ | (2) β : ベータ | (3) γ, Γ : ガンマ | (4) δ, Δ : デルタ | (5) ϵ : イプシロン |
| (6) ζ : ゼータ | (7) η : エータ | (8) θ, Θ : シータ | (9) ι : イオタ | (10) κ : カッパ |
| (11) λ, Λ : ラムダ | (12) μ : ミュー | (13) ν : ニュー | (14) ξ, Ξ : クシー | (15) o : オミクロン |
| (16) π, Π : パイ | (17) ρ : ロー | (18) σ, Σ : シグマ | (19) τ : タウ | (20) υ, Υ : ウプシロン |
| (21) ϕ, Φ : ファイ | (22) χ : カイ | (23) ψ, Ψ : プサイ | (24) ω, Ω : オメガ | |

その他

- (1) \leq, \geq は \leq, \geq と同じ意味。
- (2) $x \in X$ と書いたら、「 x は集合 X に属する」すなわち「 x は X の元」という意味。
- (3) 「 \dots をみたく X の元全体の集合」を $\{x \in X \mid (x \text{ に関する条件})\}$ の形で表す。たとえば「 $\mathbb{N} = \{n \in \mathbb{Z} \mid n > 0\}$ 」
- (4) $X \subset Y$ と書いたら、「集合 X は集合 Y に含まれる」という意味。 $X \subseteq Y$, $X \subseteqeq Y$ も同じ意味。
- (5) $A := B$ と書いたら A を B で定義する，という意味。たとえば $e := \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 。
- (6) (文章 1) : \iff (文章 2) と書いたら，(文章 1) の意味は (文章 2) であることと定義する，という意味。たとえば「数列 $\{a_n\}$ が上に有界 : \iff ある実数 M が存在して，すべての自然数 n に対し $a_n \leq M$ 。」