

担当教員：川平 友規

この講義について

配布日：2025 年 4 月 8 日 Version : 1.1

担当教員： 川平 友規 (Kawahira, Tomoki；経済学部/大学院経済学研究科)

本授業の到達目標 (シラバスより)： 解析学 I とそれに続く解析学 II によってルベーグ積分論の基礎を学び、将来、様々な分野へ応用できるようになるための基盤をつくることを目標にします。

講義で扱うトピック： 「ルベーグ積分論」の標準的な内容の講義を、できるだけ丁寧に行う予定です。余った時間で関数解析やフーリエ解析の基本的な解説をします。

解析学 I の講義日と内容 (予定)：

第 1 回	4 月 11 日	金 1 限	集合と関数
第 2 回	4 月 15 日	火 1 限	リーマン積分 vs ルベーグ積分
第 3 回	4 月 18 日	金 1 限	ルベーグ外測度
第 4 回	4 月 22 日	火 1 限	可測集合と σ 加法性
第 5 回	4 月 25 日	金 1 限	可測関数 (1)
第 6 回	4 月 29 日	火 1 限	可測関数 (2) (祝日授業日)
第 7 回	5 月 2 日	金 1 限	ルベーグ積分 (1)
第 8 回	5 月 9 日	金 1 限	ルベーグ積分 (2)
第 9 回	5 月 13 日	火 1 限	収束定理 (1)
第 10 回	5 月 16 日	金 1 限	収束定理 (2)・リーマン積分
第 11 回	5 月 20 日	火 1 限	測度空間と加法的集合関数
第 12 回	5 月 23 日	金 1 限	ハーン分解とジョルダン分解
第 13 回	5 月 27 日	火 1 限	ラドン・ニコディムの定理
第 14 回	5 月 30 日	金 1 限	期末試験 (オンライン)

解析学 II の講義日と内容 (予定)：

第 1 回 (第 15 回)	6 月 3 日	火 1 限	抽象的ルベーグ積分
第 2 回 (第 16 回)	6 月 6 日	金 1 限	直積測度 (1) (オンデマンド?)
第 3 回 (第 17 回)	6 月 10 日	火 1 限	直積測度 (2) (オンデマンド?)
第 4 回 (第 18 回)	6 月 13 日	金 1 限	フビニの定理 (1)
第 5 回 (第 19 回)	6 月 17 日	火 1 限	フビニの定理 (2)
第 6 回 (第 20 回)	6 月 20 日	金 1 限	フビニの定理 (3)
第 7 回 (第 21 回)	6 月 24 日	火 1 限	ノルム空間とバナッハ空間
第 8 回 (第 22 回)	6 月 27 日	金 1 限	ルベーグ空間
第 9 回 (第 23 回)	7 月 1 日	火 1 限	内積空間とヒルベルト空間
第 10 回 (第 24 回)	7 月 4 日	金 1 限	正規直交基底
第 11 回 (第 25 回)	7 月 8 日	火 1 限	フーリエ級数 (1)
第 12 回 (第 26 回)	7 月 11 日	金 1 限	フーリエ級数 (2)
第 13 回 (第 27 回)	7 月 15 日	火 1 限	フーリエ変換概説
第 14 回 (第 28 回)	7 月 18 日	金 1 限	期末試験

教科書および参考書： 教科書に相当する講義資料 (pdf) を manaba にて配布します。ルベーグ積分とフーリエ解析の部分については、こちらで公開しています：

<https://www1.econ.hit-u.ac.jp/kawahira/courses/lebesgue.pdf>

<https://www1.econ.hit-u.ac.jp/kawahira/courses/19W-fourier.pdf>

また、より詳しく勉強したい人のために、自習用の参考書として以下のものをあげておきます。

- 志賀浩二,『新装改版 ルベグ積分 30 講』, 朝倉書店
- 吉田洋一,『ルベグ積分入門』, 筑摩書房
- 谷島賢二,『ルベグ積分と関数解析』, 朝倉書店

クイズ： 毎週 (2 回に 1 度, 火曜日を予定), Google Forms を用いたクイズ (小テスト) を行います。URL は manaba の「コースニュース」で公開します。

出席確認： 講義中にその日の「キーワード」を伝えますので, それをクイズに回答することで出席を確認します。公平性を保つために, 「キーワード」は他の人に教えてはいけません。

成績評価の方法： クイズ (30~50 %) と期末試験 (50~70 %)。解析学 I と解析学 II はそれぞれ独立に成績をつけます。

質問受付： 次の 3 つの方法で質問や問い合わせを受け付けます。

- 授業中や授業後の休み時間に直接質問する。
- クイズのコメント欄に質問を書く。
- 質問を手書きして写真を取り, pdf や jpeg 画像の形でメールに添付する。

よく使う記号など：数の集合

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| (1) \mathbb{C} : 複素数全体 | (2) \mathbb{R} : 実数全体 | (3) \mathbb{Q} : 有理数全体 |
| (4) \mathbb{Z} : 整数全体 | (5) \mathbb{N} : 自然数全体 | (6) \emptyset : 空集合 |

ギリシャ文字

- | | | | | |
|-------------------------------|-------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|
| (1) α : アルファ | (2) β : ベータ | (3) γ, Γ : ガンマ | (4) δ, Δ : デルタ | (5) ϵ : イプシロン |
| (6) ζ : ゼータ | (7) η : エータ | (8) θ, Θ : シータ | (9) ι : イオタ | (10) κ : カッパ |
| (11) λ, Λ : ラムダ | (12) μ : ミュー | (13) ν : ニュー | (14) ξ, Ξ : クシー | (15) \omicron : オミクロン |
| (16) π, Π : パイ | (17) ρ : ロー | (18) σ, Σ : シグマ | (19) τ : タウ | (20) υ, Υ : ウプシロン |
| (21) ϕ, Φ : ファイ | (22) χ : カイ | (23) ψ, Ψ : プサイ | (24) ω, Ω : オメガ | |

その他

- (1) \leq, \geq は \leq, \geq と同じ意味。
- (2) $x \in X$ と書いたら, 「 x は集合 X に属する」すなわち「 x は X の元」という意味。
- (3) 「…をみたす X の元全体の集合」を $\{x \in X \mid (x \text{ に関する条件})\}$ の形で表す。たとえば「 $\mathbb{N} = \{n \in \mathbb{Z} \mid n > 0\}$ 」
- (4) $X \subset Y$ と書いたら, 「集合 X は集合 Y に含まれる」という意味。 $X \subseteq Y, X \subseteq Y$ も同じ意味。
- (5) $A := B$ と書いたら A を B で定義する, という意味。たとえば $e := \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 。
- (6) (文章 1) $:\iff$ (文章 2) と書いたら, (文章 1) の意味は (文章 2) であることと定義する, という意味。たとえば「数列 $\{a_n\}$ が上に有界 $:\iff$ ある実数 M が存在して, すべての自然数 n に対し $a_n \leq M$ 。」

※この講義プリントは小森靖さん・坂内健一さん作成のスタイルファイルを使用しています。