『微分積分 —— 1 変数と 2 変数』正誤表（ver.20250816）

このノートは川平友規著『微分積分 — 1 変数と 2 変数』（日本評論社）の正誤表・コメントをまとめたものです．変更部分は赤で強調しました．「重要な訂正」と「分かりにくい部分の修正」に分けてあります．

■謝辞． 石谷常彦氏，天才ガロワ君 w 氏，TA 氏，鬼在野 Lafael 氏，ma 氏，TA 氏，藤井一喜氏から誤植等のご指摘をいただきました．ありがとうございました．

第 1 版第 1〜3 刷・電子版の正誤表（第 4 刷以降では修正済）

この他にも，第 4 刷以降では読みやすさを向上させるための修正をいくつか行っています．

◎重要な訂正

- **140 ページ**，上から 8 行目．

  誤： 集合 D のすべての点が集合 D の**開集合**

  正： 集合 D が**開集合**

- **205 ページ**，等高線の図の下側．

  誤： -05

  正： -5

- **215 ページ**，本文下から 4 行目，式 (26.2) の直前．

  誤： $[c, d]$ 上の連続関数

  正： $[c, d]$ 上で $\psi_1(y) \leqq \psi_2(y)$ を満たす連続関数

- **242 ページ**，下から 8 行目．一般のベクトル場の線積分の定義．

  誤： その分割点

  正： その各時刻 t_k $(0 \leqq k \leqq N)$ に対応する分割点

- **242 ページ**，下から 2 行目と 1 行目．.

誤： 分割の最大幅 $\max\{|\Delta\overrightarrow{p_k}| \mid 0 \leqq k < N\}$

正： 時刻の分割の最大幅 $\max\{|t_{k+1} - t_k| \mid 0 \leqq k < N\}$

コメント：自己交差しない曲線の場合は修正不要だが，8 の字のように自己交差する曲線の場合は時刻で細かくしていかないと曲線の一部を取りこぼす可能性がある．241 ページの勾配ベクトル場の線積分ではそのように修正したが，こちらはうっかり，修正を忘れていた．

◎分かりにくい部分の修正

- **237** ページ，例題 28.3 の解答について．

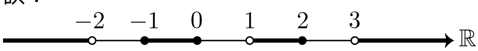
  修正：第 4 版以降は，例題 28.3 は解答の直後に「f_x と f_y は D の境界で発散し連続ではないので，厳密には原点中心半径 $R-\delta$ の閉円板上で同じ積分を計算し，$\delta \to +0$ としなくてはならない．」という注意を加えた．

第 1 版第 1〜2 刷の正誤表（第 3 刷以降では修正済）

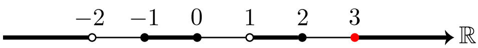
◎重要な訂正

- **20** ページ，下段の区間の図．

  誤：



  正：



  コメント：3 のところの白丸は黒丸に変えて，直前の文章と整合させる．

- **43** ページ，2 行目．例題 5.1 の (2)．

  誤： $4\mathrm{Tan}^{-1}\dfrac{1}{5} - \mathrm{Tan}^{-1}\dfrac{1}{293} = \dfrac{\pi}{4}$

  正： $4\mathrm{Tan}^{-1}\dfrac{1}{5} - \mathrm{Tan}^{-1}\dfrac{1}{239} = \dfrac{\pi}{4}$

- **217 ページ**，定義（タテ線領域とヨコ線領域）の 1〜2 行目．

  誤： 関数 $y = \phi_1(x)$，$y = \phi_2(x)$ は区間 $[a, b]$ 上の連続関数とする．

  正：関数 $y = \phi_1(x)$，$y = \phi_2(x)$ は区間 $[a, b]$ 上で $\phi_1(x) \leqq \phi_2(x)$ を満たす連続関数とする．

  コメント：この条件がないと，定理 26.1 との整合性が保たれない．

- **251 ページ**，上から 9 行目．問 6.3 の解答．

  誤： $\lim_{y \to b} R(x) = 0$

  正： $\lim_{y \to b} R(y) = 0$

◎分かりにくい部分の修正

- **5 ページ**，本文下から 7 〜 4 行目．

  修正前：「A と a が小数点以下 m 桁まで一致する」ならば，絶対誤差について

  $$|a - A| < \frac{1}{10^m} \tag{1}$$

  が成り立つ．

  修正後：「A と a が小数点以下 m 桁まで一致する」ならば，絶対誤差について

  $$|a - A| < \frac{1}{10^m} \tag{2}$$

  が成り立つ（ただし，上のように 9 を並べた小数は考えない）．

  コメント：例えば $a = 8.31$ と $A = 8.319999999\cdots(= 8.32)$ は $|a - A| = 10^{-2}$ だが（ $|a - A| < 10^{-2}$ でないにもかかわらず）小数点以下 2 桁まで一致しているように見える．このようなケースは除外．

- **37 ページ**，問 4.5

  修正前：命題 4.5 を示せ．

修正後：命題 4.5 を示せ．（Hint．正の数 x と自然数 m, n に対し，$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$，$(x^m)^n = x^{mn}$ が成り立つことは用いてよい．これらの等式は，左辺において x がいくつ掛け算されているかを数え上げただけである．）

コメント：問 4.5，問 4.6 の解答が何をやっているのか分かりづらい，という意見が寄せられたので．

- **40 ページ，**上から 7 行目，三角関数の定義の部分．

修正前：実数 x に対し，$\sin x$ は**正弦関数**，$\cos x$ は**余弦関数**，$\tan x$ は**正接関数**とよばれ，$\cdots$

修正後：変数 x に対し，$\sin x$ は**正弦関数**，$\cos x$ は**余弦関数**，$\tan x$ は**正接関数**とよばれ，$\cdots$

コメント：$\tan x$ は定義域が異なるので，念のため．

- **61 ページ，**下から 7〜6 行目の注意．

修正前：(a, b) 上で $g'(x) \neq 0$ が成り立てば，$g'(x)$ の符号は変化せず，$g(x)$ は単調である．よって $g(a) \neq g(b)$ は自動的に得られる．

修正後：(a, b) 上で $g'(x) \neq 0$ が成り立てば，$a < b$ と平均値の定理（定理 7.2）より，$g(a) \neq g(b)$ は自動的に得られる．

コメント：平均値の定理を用いたよりシンプルな説明に変更（$g(b) - g(a) = g'(c)(b - a) \neq 0$ となる $c \in (a, b)$ が存在するから）．「$g(a) = g(b)$ と仮定するとロルの定理（定理 7.1）に矛盾する」でもよい．

ちなみに，$g'(x)$ は一般に連続関数とは限らないので，「(a, b) 上で $g'(x) \neq 0$ が成り立てば，$g'(x)$ の符号は変化しない」ことの証明は意外と面倒である（もっと簡単にできるのかもしれないが）．

証明：まず，$g(x_1) = g(x_2)$ となる $a \leqq x_1 < x_2 \leqq b$ が存在すれば，ロルの定理より $g'(c) = 0$ となる $c \in (x_1, x_2)$ が存在するので矛盾である．すなわち，$g(x)$ は区間 $[a, b]$ 上で 1 対 1 かつ連続である．これより，$g(x)$ は $[a, b]$ 上で真に単調増加もしくは真に単調減少であることが導かれる（そうでないと，中間値の定理より $g(x_1) = g(x_2)$ となる $a \leqq x_1 < x_2 \leqq b$ が存在してしまう）．真に単調増加であれば，$g'(c) < 0$ となる $c \in (a, b)$ は存在できない．実際，そのような c においては十分小さな δ に対して $\dfrac{g(c + \delta) - g(c)}{\delta} < 0$ が成立して，単調増加性に反するからである．よって，$g'(x)$ の符号は正の値しかとらない．

真に単調減少の場合も同様である．

- **213** ページ，例 2 の 4 行目．

  修正前：

  積分値 $\displaystyle\int_D dxdy$ も同じ値である…

  修正後：

  積分値 $\displaystyle\iint_D dxdy$ も同じ値である…

  コメント：重積分の記号に直す．

- **216** ページ，問 25.1 の 2 行目．

  修正前：

  $\displaystyle I = \int_D f(x,y)\,dxdy$ を…

  修正後：

  $\displaystyle I = \iint_D f(x,y)\,dxdy$ を…

  コメント：重積分の記号に直す．

- **219** ページ，例 1 の 2 行目と 6 行目の<u>2 箇所</u>．

  修正前：

  $\displaystyle I = \int_D (x^2+y^2)\,dxdy$

  修正後：

  $\displaystyle I = \iint_D (x^2+y^2)\,dxdy$

  コメント：重積分の記号に直す．

第 1 版第 1 刷のみの正誤表

◎重要な訂正

- **32** ページ，13 行目．4 章の例 2．

  誤： $x_1^2 < x_1 x_2 < x_2^2$

  正： $x_1^2 \leqq x_1 x_2 < x_2^2$

- **60** ページ，9 行目．7 章例題 7.2 の解．

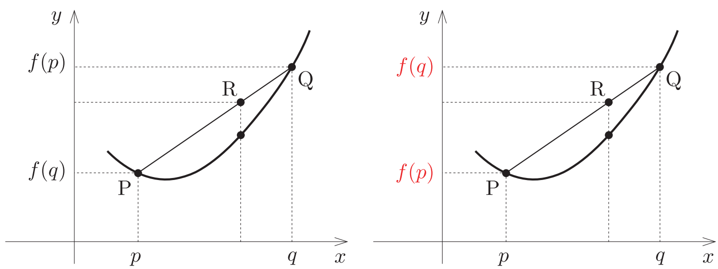
  誤：$\displaystyle\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = 2.$

  正：$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to 0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = 2.$

- **83** ページ，図の y 軸に書かれた点 Q と点 P の y 座標

  誤： 上から $f(p)$，$f(q)$ となっている（下図左）．

  正： 上から $f(q)$，$f(p)$ に入れ替え（下図右）．



- **101** ページ，問 11.3（極方程式）の問題文，2 行目から．

  誤： $\{(r\cos\theta, r\sin\theta) \mid r = f(\theta)\}$ は滑らかな曲線

  $$C : (x(\theta), y(\theta)) = (f(\theta)\cos\theta, f(\theta)\sin\theta) \quad (\alpha \leqq \theta \leqq \beta)$$

  を定める．その長さは次で与えられることを示せ：

  正： $\{(r\cos\theta, r\sin\theta) \mid r = f(\theta)\}$ が滑らかな曲線

  $$C : (x(\theta), y(\theta)) = (f(\theta)\cos\theta, f(\theta)\sin\theta) \quad (\alpha \leqq \theta \leqq \beta)$$

を定めるとき，その長さは次で与えられることを示せ：

- **163** ページ，7 行目から 12 行目まで．

修正前：

ここで最後の $o(\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2})$ の部分は，$o(\Delta t)$ に置き換えることができる．なぜなら，式 (19.6) より $\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}=|\Delta t|\sqrt{(v_1^2+v_2^2)+o(1)}$ であり，$\Delta t\to 0$ のとき

$$\begin{aligned}\frac{o(\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2})}{\Delta t}&=\frac{o(\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2})}{\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}}\cdot\frac{\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}}{\Delta t}\\&=\frac{o(\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2})}{\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}}\cdot\sqrt{(v_1^2+v_2^2)+o(1)}\\&\to 0\cdot\sqrt{v_1^2+v_2^2}=0\end{aligned}$$

となるからである．したがって

修正後：

ここで $\Delta t\to 0$ （よって $(\Delta x,\Delta y)\to(0,0)$）とするとき，$\Delta x^2+\Delta y^2=0$ ならば最後の $o(\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2})$ の部分は 0 である．$\Delta x^2+\Delta y^2\neq 0$ ならば，式 (19.6) より

$$\begin{aligned}\frac{o(\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2})}{|\Delta t|}&=\frac{o(\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2})}{\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}}\cdot\frac{\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}}{|\Delta t|}\\&=\frac{o(\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2})}{\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}}\cdot\frac{|\Delta t|\sqrt{(v_1^2+v_2^2)+o(1)}}{|\Delta t|}\\&\to 0\cdot\sqrt{v_1^2+v_2^2}=0\quad(\Delta t\to 0).\end{aligned}$$

よって最後の $o(\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2})$ の部分は $o(\Delta t)$ で置き換えられて，

コメント：9 行目からの式で $\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}=0$ となる場合に対する配慮が必要．また，9 行目からの式の分母の Δt は $|\Delta t|$ としたほうがこのあとイコールで結ばれる 10 行目の式との関係がより自然になる．

- **241** ページ，下から 8〜7 行目．29 章の線積分の定義の途中．

誤： 分割の最大幅　$\max\{|\Delta\overrightarrow{p_k}|\mid 0\leqq k<N\}$

正： 時刻の分割の最大幅　$\max\{|t_{k+1}-t_k|\mid 0\leqq k<N\}$

コメント：自己交差しない曲線の場合は修正不要だが，8 の字のように自己交差する曲線の場合は時刻で細かくしていかないと曲線の一部を取りこぼす可能性がある．

- **248** ページ，下から 2 行目．問 3.2 の解答．

  誤： $\displaystyle\lim_{x\to-0} e^{1/x} = \lim_{t\to-\infty} e^{-t} = 0$

  正： $\displaystyle\lim_{x\to-0} e^{1/x} = \lim_{t\to\infty} e^{-t} = 0$

- **257** ページ，下から 9 行目．問 23.2 の解答．

  誤： $f(x,y) = r^2(1-(5/4)\sin 2\theta)$

  正： $f(x,y) = r^2(1-(5/4)\sin^2 2\theta)$

◎分かりにくい部分の修正

- **23** ページ，3 章，公式 3.1 の 1 行目から．

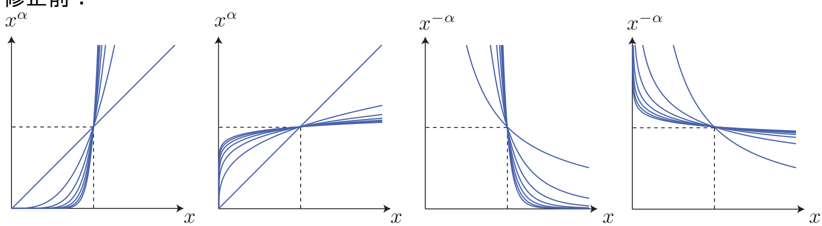
  修正前： $\displaystyle\lim_{x\to a} f(x) = A$，$\displaystyle\lim_{x\to a} g(x) = B$ のとき，次が成り立つ：

  修正後： $\displaystyle\lim_{x\to a} f(x) = A$，$\displaystyle\lim_{x\to a} g(x) = B$ （ただし $A, B \neq \pm\infty$）のとき，次が成り立つ：

  コメント：公式 3.1 では「$x \to a$ のとき $f(x)$ は実数 A に収束し，$g(x)$ は実数 B に収束する」場合のみを考えていて，$A = \pm\infty$ や $B = \pm\infty$ は考えていない．（そのように書くべきだった．）$A+B = \infty - \infty$ や $AB = 0\cdot\infty$ のような計算は値が確定しないからである．ただし，(5) の「はさみうちの原理」に関しては，「$A = B = \infty$ もしくは $-\infty$」の場合も正しい．

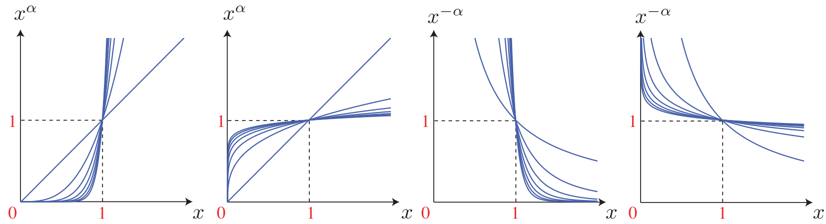
- **35** ページ，下段のグラフ．

  修正前：



$\alpha = 1, 3, 5, \ldots, 13$ $\quad$ $\alpha = 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{13}$ $\quad$ $\alpha = 1, 3, 5, \ldots, 13$ $\quad$ $\alpha = 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{13}$

  修正後：



$\alpha = 1, 3, 5, \ldots, 13$　　$\alpha = 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{13}$　　$\alpha = 1, 3, 5, \ldots, 13$　　$\alpha = 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{13}$

コメント：軸の上に 0 と 1 を書き加えた．（論理的に考えればわかることだが，念のため．）

- **98 ページ，**10 行目．「滑らかな曲線」の定義の 1 行目．

  修正前： 変数 t でパラメーター表示された集合

  修正後： 変数 t でパラメーター表示された点の集まり

  コメント：本書では「曲線」を「動点 $\vec{p}(t)$ の軌跡」とみなしており，何度か同じ点を通ったとしても通過する時刻が異なれば点としては別のものと考える[*1]．（すなわち，「数列」や「点列」に近い考え方をする．）その際，修正前の「集合」という表現は不適切に思われたので，それを和らげるために「点の集まり」とした．

- **98 ページ，**下から 4 行目から 3 行目．

  修正前：…ように，急激に折れ曲がる点をもった曲線は「区分的に滑らかな曲線」となる．このような曲線の長さは，次で定義される：

  修正後：…ように，角（かど）をもった曲線は「区分的に滑らかな曲線」となる．このような曲線の長さ（動点 $\vec{p}(t)$ の道のり）は，次で定義される：

  コメント：上記のとおり，「曲線」は「動点の軌跡」とみなしているので，その「道のり」を積分で表現し「曲線の長さ」と定義するのである．ついでに，「急激に折れ曲が」らない角（かど）もあるだろうから言葉を替えて文章の長さの調整を行った．

- **249 ページ，**2 行目，問 3.4 の解答．

[*1] 通常は「閉区間から平面への連続写像」のことを「曲線」と定義するが，本書では「写像」という言葉を使いたくないので，便宜上このような定義とした．小平邦彦『解析入門』でもこの方式を採用している（336 ページ）．ちなみに，「滑らか曲線」の定義で条件 (2) がないと，カクっと折れ曲がった曲線が排除できない．たとえば，$\vec{p}(t) = (t^3, |t^3|)$ $(-1 \leqq t \leqq t)$ は C^1 級で条件 (1) を満たすが $t = 0$ で (2) を満たさない．

修正前： $|A| - |B| \leqq |A| - |-B| \leqq |A - B|$.

修正後： $|A| - |B| = |A| - |-B| \leqq |A - B|$.

コメント： 間違いではないがとくに不等式にする理由がないので.