はじめに

本書について． 本書は大学初年級の，おもに理工系の学生のみなさんを対象として書かれた「微分積分」のテキストです．前半（第 I 部：第 1 章〜14 章）は 1 変数の微分積分，後半（第 II 部：第 15 章〜29 章）は多変数（おもに 2 変数）の微分積分にあてられています．

前半は高校で学んだ微分積分と重複する部分も多いのですが，新しい内容も豊富にあります．たとえば，

- 極限 $\lim_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ （自然対数の底）が存在することを厳密に証明する．
- 微分の概念を「関数の 1 次近似」という視点からを捉え直す．
- 「テイラー展開」（関数の n 次多項式近似）の導入．
- 「広義積分」（積分区間が無限に長くてもよい）の導入．

また，時間に余裕があるときのオプションとして，応用上重要な

- 数値計算・微分方程式の基礎

についても解説してあります．

後半は 1 変数の微分積分のアイディアを踏まえつつ，多変数関数の微分，変数変換，重積分といった新しい概念を学びます．とくに微分（全微分，偏微分）を導入するにあたっては，「等高線グラフ」や「勾配ベクトル」をもちいた直観的かつ定量的な意味づけを徹底しました．これは本書が他の教科書と一線を画する部分でしょう．

執筆にあたって． 本書は，私の講義ノート（約 30 回分）に加筆し，教科書風の体裁に整え直したものです．定義・定理・証明といった伝統的な数学のスタイルは踏襲しつつ，限られた時間で効率よく微分積分のエッセンスを習得してもらうために，次の 3 点に注意しました：

- 厳密な「証明」よりも，理解を促し記憶の助けになる「説明」を優先する．（いわゆる ϵ 論法を用いた証明は他書に譲る．）

- とりあげる例や例題は一般的であり，汎用性の高いものであること．
- 数値計算を視野にいれて，「近似」や「誤差」のセンスが自然に磨かれるようなものであること．

生(なま)の数値に触れずに微分積分を学んでも，その真価を実感すること難しいでしょう．私たちは π といった記号にではなく，$3.141\cdots$ といった数値に「長さ」や「広さ」を感じ取るのです．本書の例題や演習問題にも，いろいろな数値計算の問題が含まれています．電卓や Excel などの表計算ソフトがあれば簡単に計算できるので，ぜひ省略せずに取り組んでいただきたいと思います．

謝辞． 李正勳氏，石谷常彦氏には本書の原稿を通読していただき，さまざまな有益な助言をいただきました．日本評論社の佐藤大器氏には本書の企画段階からお世話になり，わがままな著者の要求にも辛抱強く対応してくださいました．この場を借りて，お礼申し上げます．

2015 年 6 月 著者記

本書で用いる数学の記号

ギリシャ文字

α	アルファ	alpha	β	ベータ	beta
γ, Γ	ガンマ	gamma	δ, Δ	デルタ	delta
ϵ	イプシロン	epsilon	ζ	ゼータ	zeta
η	エータ	eta	θ, Θ	シータ	theta
ι	イオタ	iota	κ	カッパ	kappa
λ, Λ	ラムダ	lambda	μ	ミュー	mu
ν	ニュー	nu	ξ, Ξ	クシー	xi
o	オミクロン	omicron	π, Π	パイ	pi
ρ	ロー	rho	σ, Σ	シグマ	sigma
τ	タウ	tau	υ, Υ	ウプシロン	upsilon
ϕ, Φ	ファイ	phi	χ	カイ	chi
ψ, Ψ	プサイ	psi	ω, Ω	オメガ	omega

数の集合

$\mathbb{C}$ 複素数全体	$\mathbb{R}$ 実数全体	$\mathbb{Q}$ 有理数全体
$\mathbb{Z}$ 整数全体	$\mathbb{N}$ 自然数全体	$\emptyset$ 空集合

その他

(1) $x \in X$ と書いたら，「x は集合 X に属する」すなわち「x は X の元 」という意味．

(2)「条件…を満たす　X の元全体の集合」を $\{x \in X \mid$（ x に関する条件…） $\}$ の形で表す．たとえば自然数は「正の整数」のことなので，$\mathbb{N} = \{n \in \mathbb{Z} \mid n > 0\}$ と表される．

(3) $X \subset Y$ は $X \subseteqq Y$ と同じで，「集合 X は集合 Y に含まれる」という意味．

(4) $A := B$ は「A を B で定義する」，という意味．たとえば $e := \displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$．

(5) $P \iff Q$ は「P ならば Q」かつ「Q ならば P」という意味．すなわち P と Q は互いに必要十分条件（同値）．

(6) 有限個の数列 $a_1, a_2, \ldots, a_n$ に対し，その最大値を

$$\max_{1\leqq k\leqq n} a_k, \quad \max\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}, \quad \max\{a_k \mid 1 \leqq k \leqq n\}$$

のように表し，最小値も

$$\min_{1\leqq k\leqq n} a_k, \quad \min\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}, \quad \min\{a_k \mid 1 \leqq k \leqq n\}$$

のように表す．

目次