

---

# 〇〇〇〇学 期末試験

(担当教員：〇〇〇〇 ・ 実施日：20yy年 mm月 dd日)

---

- このページに学籍番号と氏名を記入すること。
- 問題が  から  まであるか確認すること。
- ホチキスははずさないこと。はずれたら直ちに申し出ること。
- 試験時間は90分とする。

学籍番号：

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

氏名：

---

<input type="text" value="1"/>	
<input type="text" value="2"/>	
<input type="text" value="3"/>	
<input type="text" value="4"/>	
合計	

---

1 ここに問題の文章を書く。(次ページの例を参照.)

(1) ここに設問の文章を書く.

(2) ここに設問の文章を書く.

---

**[解答例]** ここに解答例を書く.

- プリアンブルの☆☆☆の下1行をコメントアウトすると、ここに書いたものは無視されて空白となり、解答欄となります.
- プリアンブルの★★★の下3行をコメントアウトすると、ページ左下にも右下とおなじ点数記入欄が表示されます. 両面印刷して紙数を節約する場合は、左右の欄を使い分けると表紙ページへの転記が楽になるかもしれません.

1	
---	--

---

2 つぎの問いに答えよ.

(1)  $m$  を実数とするとき, 積分

$$I(m) = \iint_D \frac{1}{(1+x^2+y^2)^m} dx dy$$

を求めよ. ただし  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$  とする.

(2)  $I(m)$  は  $m$  の連続関数であることを示せ.

---

**[解答例]** (1) 極座標変換  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$  とすると,

$$\begin{aligned} I(m) &= \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{1}{(1+r^2)^m} r dr \\ &= \begin{cases} 2\pi \left[ \frac{(1+r^2)^{-m+1}}{2(-m+1)} \right]_0^1 & (m \neq 1) \\ 2\pi \left[ \frac{\log(1+r^2)}{2} \right]_0^1 & (m = 1) \end{cases} \\ &= \begin{cases} \frac{\pi}{1-m} (2^{1-m} - 1) & (m \neq 1) \\ \pi \log 2 & (m = 1) \end{cases}. \end{aligned}$$

(2)  $m = 1$  のとき連続であることを示せば十分である.  $m \neq 1$  のとき,

$$\begin{aligned} I(m) &= \frac{\pi}{1-m} (e^{(1-m)\log 2} - 1) \\ &= \frac{\pi \log 2}{(1-m) \log 2} (e^{(1-m)\log 2} - 1) \\ &\rightarrow \pi \log 2 = I(1) \quad (m \rightarrow 1). \end{aligned}$$

よって  $m \rightarrow 1$  のとき  $I(m) \rightarrow I(1)$  であり,  $m = 1$  で連続. //

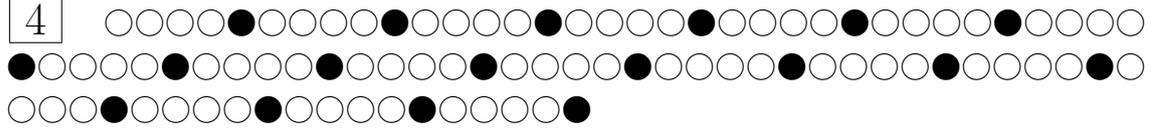
---

**参** 左のように，問題番号は自由に変更できますが，表紙のページには反映されません．表紙のページは別に編集してください． ○○○○●○○○○●○○○○●  
○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○  
○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○  
●

---

**[解答例]** ○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○  
○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○  
●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○  
○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○  
○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●○○○○●

4



[解答例]

