

目次

はじめに..... iii

1 複素数と指数関数

- 1.1 複素数と複素平面 1
- 1.2 オイラーの公式と指数関数 9
- 1.3 対数と複素数べき 19
- 1.4 三角関数 24
- 章末問題 26

2 複素関数の微分

- 2.1 複素平面内の集合 30
- 2.2 複素関数の極限 37
- 2.3 複素関数の連続性 40
- 2.4 複素関数の微分 42
- 2.5 正則関数 49
- 2.6 コーシー・リーマン
 の方程式 51
- 2.7 微分係数とヤコビ行列
 (定理 2.8 の証明) 59
- 章末問題 63

3 複素線積分

- 3.1 複素関数の積分 66

- 3.2 複素線積分の計算 76
- 3.3 コーシーの積分定理 86
- 3.4 コーシーの積分公式 94
- 3.5 リューヴィルの定理
 と代数学の基本定理 100
- 章末問題 103

4 留数定理

- 4.1 テイラー展開 105
- 4.2 ローラン展開 112
- 4.3 留数定理 120
- 4.4 実関数の積分への応用 130
- 章末問題 139

5 正則関数の諸性質

- 5.1 モレラの定理と原始関数 142
- 5.2 一致の定理 150
- 5.3 最大値原理 154
- 5.4 偏角の原理
 とルーシェの定理 157
- 5.5 リーマン球面と
 メビウス変換 167
- 章末問題 171

付録 A 微分積分学の重要事項

- A.1 連続関数と最大値・最小値
 の存在定理 173
- A.2 2 次元写像の
 偏微分・ヤコビ行列 174

付録 B ε - δ 論法による

複素関数論

B.1	数列と級数の極限	178
B.2	関数の極限, 連続性, 積分の存在	186
B.3	関数の一様収束 と微分・積分	190
B.4	項別微分と項別積分	196

付録 C べき級数と

正則関数の局所理論

C.1	べき級数の収束性 と微分・積分	201
C.2	テイラー展開 とローラン展開	205
C.3	正則関数の局所的性質	207

章末問題の解答

索引

本書で用いられる記号

- 実数 a, b に対し, $a \leq b, a \geq b$ はそれぞれ $a \leq b, a \geq b$ と同じ.
- 有限個の実数 a_1, a_2, \dots, a_n に対し, その最大値を

$$\max\{a_1, a_2, \dots, a_n\} \quad \text{もしくは} \quad \max_{1 \leq k \leq n} a_k$$

と表す. また, 最小値を

$$\min\{a_1, a_2, \dots, a_n\} \quad \text{もしくは} \quad \min_{1 \leq k \leq n} a_k$$

と表す.

- 集合 X, Y に対し, $X \subset Y$ は $X \subseteq Y$ と同じ.
- 式(もしくは文字) A, B に対し, $A := B$ は「 A を B で定義する」, という意味. たとえば, $e := \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.
- 命題(もしくは等式, 不等式) P, Q に対し, $P \implies Q$ は「 P ならば Q 」という意味. また, $P \iff Q$ は「 P ならば Q 」かつ「 Q ならば P 」という意味. すなわち, P と Q は互いに必要十分条件(同値).